

УДК 504.064:001.8; 504:064.36, 504.054/.058, 504.064.36

КП 87.03.17, 87.03.17.07

№ держреєстрації 0126U002521

Інв. №

МІНІСТЕРСТВО ЕКОНОМІКИ, ДОВКІЛЛЯ ТА СІЛЬСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА  
УКРАЇНИ  
НДУ «УКРАЇНСЬКИЙ НАУКОВИЙ ЦЕНТР ЕКОЛОГІЇ МОРЯ» (УКРНЦЕМ)  
65009, м. Одеса, Французький бульвар, 89; тел. (094) 946-87-21  
e-mail: [accem@te.net.ua](mailto:accem@te.net.ua), сайт: [www.sea.gov.ua](http://www.sea.gov.ua)

ЗАТВЕРДЖУЮ

Директора УкрНЦЕМ,

канд. геогр. наук, доцент

Олег ГРИБ

2025 р.



ЗВІТ

ПРО НАУКОВО-ДОСЛІДНУ РОБОТУ  
ОЦІНКА ЕКОСИСТЕМНИХ РИЗИКІВ МОРЯ ПІД ЧАС ВІЙСЬКОВОЇ  
АГРЕСІЇ РФ

Етап 1. ПІДГОТОВКА МЕТОДОЛОГІЇ ОЦІНКИ ЕКОСИСТЕМНИХ  
РИЗИКІВ МОРЯ  
(проміжний)

Науковий керівник НДР:

заступник директора з науки,

канд. геогр. наук, старш. наук. співроб.

Віктор КОМОРИН

2025

Рукопис закінчено 27 грудня 2025 р.

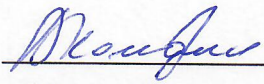
Результати роботи розглянуто Вченою Радою УкрНЦЕМ,

протокол № 9 від 30 грудня 2025.

## СПИСОК АВТОРІВ

Науковий керівник

заст. дирек. з науки УкрНЦЕМ

  
"27" 12 2025

В. М. Коморін

(вступ; розділ 1,  
висновки, загальна  
редакція)

Відповідальний виконавець:

Начальник відділу наукових основ

морського природокористування та

управління станом навколишнього

середовища, канд. техн. наук



Л. В. Мацокін

"27" 12 2025

(розділи 1,2,3,  
висновки)

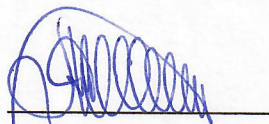
Виконавці:

Мол. науков. співроб.

сектору оцінки впливу на

навколишнє середовище,

екологічної експертизи та аудиту

  
"27" 12 2025

А.О. Мальована

(розділ 2, технічна  
редакція)

## РЕФЕРАТ

Звіт про НДР: 132 сторінки, 5таблиць, 17 рисунків, 13 формул, джерел 77.

Об'єктом дослідження є методологічні основи оцінювання екосистемних ризиків морських вод України. Предмет дослідження охоплює морське середовище та методи оцінювання екосистемних ризиків, скорочення розмірності багатовимірних наборів показників морських екосистем, аналіз стійкості та виявлення критичних станів, побудову фазових портретів і моделювання траєкторій у фазовому просторі, а також оцінювання економічних втрат, пов'язаних із погіршенням екологічного стану.

Метою роботи є підготовка методології оцінювання екосистемних ризиків моря в умовах воєнних дій, обґрунтування підходів до зменшення розмірності простору параметрів, формування фазових портретів станів та апроксимація траєкторій у фазовому просторі стохастичними диференціальними рівняннями як основа для діагностики втрати стійкості та появи критичних станів.

Методи дослідження базуються на положеннях теорії динамічних систем і аналізу часових рядів для оцінювання стійкості та критичних станів морських екосистем, а також на підходах до кількісного оцінювання наслідків (збитків) у разі погіршення екологічного стану.

У роботі сформовано методологічну схему оцінювання екосистемних ризиків, що поєднує підготовку та нормування даних моніторингу, скорочення розмірності багатовимірних показників до інформативного простору ознак, побудову фазових портретів і аналіз траєкторій у фазовому просторі, оцінювання ймовірності втрати стійкості та/або появи критичних станів і зв'язування цих оцінок із наслідками у вигляді економічних втрат для отримання інтегральних характеристик ризику. Проведено апробацію підходу на часових рядах показників евтрофікації прибережних вод (пляж Аркадія, м.

Одеса) як демонстраційному прикладі застосування процедур оцінювання стійкості та ризику.

Практичне значення роботи полягає у можливості використання запропонованого підходу як методичної основи для інтерпретації даних екологічного моніторингу морських вод у кризових умовах, раннього виявлення ознак погіршення та нестійкості екосистемних станів і обґрунтування управлінських рішень, спрямованих на мінімізацію екологічних і соціально-економічних втрат.

Розрахунки виконано в середовищі Python 3.13 (IDE Spyder); коди та прикладні матеріали наведено в додатках.

Ключові слова: морське середовище; екосистемний ризик; стійкість; критичний стан; динамічні системи; скорочення розмірності; фазовий портрет; стохастичні диференціальні рівняння; евтрофікація; оцінка збитків.

## ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ ТА УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ.....	7
ВСТУП .....	8
1 МЕТОДОЛОГІЯ ОЦІНКИ ЕКОСИСТЕМНИХ РИЗИКІВ МОРЯ.....	11
1.1. Основні положення оцінки ризиків природних систем.....	11
1.2. Методологія оцінки екосистемних ризиків на базі теорії динамічних систем у періоди воєнних дій .....	18
1.3. Методологія виявлення критичних станів морських екосистем	28
1.4. Методологія оцінки збитків екосистемним послугам, спричинених втратою стійкості морських екосистем .....	33
2 СКЛАДАННЯ АЛГОРИТМУ ОЦІНКИ ЕКОСИСТЕМНОГО РИЗИКУ МОРЯ.....	37
2.1. Первинна обробка даних результатів моніторингу морських екосистем (Етап 1) .....	38
2.2. Скорочення розмірності багатовимірних даних екологічного моніторингу (Етап 1) .....	43
2.3. Моделювання ймовірностей втрати стійкості морських екосистем (Етап 2).....	46
2.4. Моделювання ймовірностей появи критичних станів морських екосистем (Етап 2) .....	49
2.5. Оцінка та прогнозування екосистемних ризиків моря. Етап 3 ..	51
3 АПРОБАЦІЯ АЛГОРИТМУ ОЦІНКИ СТІЙКОСТІ МОРСЬКИХ ЕКОСИСТЕМ .....	53
3.1. Оцінка стійкості стану евтрофікації морської води на пляжі Аркадія.....	53

3.2 Розрахунок збитків пляжу Аркадія внаслідок евтрофікації морської води .....	71
4 ПЕРЕЛІК ОСНОВНИХ ДЖЕРЕЛ ЕКОСИСТЕМНОГО РИЗИКУ МОРЯ	74
ВИСНОВКИ.....	78
ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ .....	81
ДОДАТОК 1 - Результати моніторингу за станом евтрофікації морської води .....	89
ДОДАТОК 2 - Центровані і нормовані значення результатів моніторингу	98
ДОДАТОК 3 - Коди (Python 3.13) стиснення багатовимірного простору ознак і побудови фазових портретів PCA методу .....	126
ДОДАТОК 4 - Коди (Python 3.13) стиснення багатовимірного простору ознак і побудови фазового портрета (PCA метод), апроксимації траєкторій фазового портрета стохастичним диференціальним рівнянням .....	128

## ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ ТА УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

ПЗЧМ	-	північно-західний шельф Чорного моря
МН	-	машинне навчання
РСА	-	Principal Component Analysis метод головних компонент (стиснення лінійного багатовимірного простору ознак)
АКФ	-	автокореляційні функції
t-SNE	-	t-distributed Stochastic Neighbor Embedding метод зниження розмірності та візуалізації нелінійних даних
Kernel PCA	-	удосконалений метод РСА (стиснення нелінійного багатовимірного простору ознак)
Jump SDE	-	стохастичні диференціальні рівняння зі стрибками (стрибкоподібні зміни стану системи)
AR	-	авторегресійна модель

## ВСТУП

Морське середовище України, насамперед північно-західна частина Чорного моря, є територією високої природної цінності та водночас зоною інтенсивних антропогенних навантажень. Повномасштабна воєнна агресія РФ суттєво підвищила рівень невизначеності щодо характеру, масштабів і просторово-часової динаміки впливів на море, ускладнила регулярне здійснення моніторингу та актуалізувала потребу у системних, відтворюваних і управлінськи інтерпретованих підходах до оцінювання екосистемних ризиків. Підготовка такої методології є необхідною для реалізації державної політики у сфері охорони морського довкілля та вод, виконання положень Морської природоохоронної стратегії України, державного моніторингу вод, Морської доктрини України та інших стратегічних документів, а також для формування рекомендацій щодо зменшення шкідливого впливу природних і антропогенних чинників, включно з воєнними діями.

Звіт підготовлено в межах першого року виконання п'ятирічної науково-технічної роботи «Оцінка екосистемних ризиків моря під час воєнної агресії РФ» (2025-2029) за пріоритетним напрямом розвитку науки і техніки «Раціональне природокористування». Робота виконується Науково-дослідною установою «Український науковий центр екології моря» як виконавцем на замовлення Міністерства захисту довкілля та природних ресурсів України (Департамент сталого природокористування). У логіці п'ятирічного циклу перший рік має установчий характер і спрямований на створення методологічного та інструментального підґрунтя для подальших етапів ідентифікації джерел ризику, оцінювання довгострокових наслідків воєнного впливу, комплексної оцінки ризиків з урахуванням поточних природних і антропогенних факторів та підготовки рекомендацій щодо зниження шкідливого впливу на море.

Метою п'ятирічної роботи є створення рекомендацій щодо зменшення шкідливого впливу природних та антропогенних факторів, включаючи воєнні дії, шляхом розроблення та застосування підходів до оцінювання екосистемних ризиків моря, ідентифікації основних джерел ризику, оцінки довгострокових наслідків воєнної агресії та формування практичних управлінських рекомендацій.

Метою звіту за перший рік виконання роботи є підготовка методології оцінки екосистемних ризиків моря як базового інструмента для наступних етапів дослідження у 2026-2029 роках.

У межах першого року виконання п'ятирічної роботи у звіті вирішуються завдання, пов'язані з формуванням методологічної основи оцінювання екосистемних ризиків моря у період воєнних дій. Зокрема, уточнюються понятійні та методичні підходи до інтерпретації ризику через стійкість екосистем і критичні стани, визначаються вимоги до інформаційної бази та підготовки даних для ризик-аналізу, обґрунтовуються підходи до скорочення розмірності багатовимірних екологічних параметрів, формуються принципи побудови фазового простору параметрів моря та підходи до опису траєкторій стану в умовах невизначеності. Результатом першого року має стати методологічний фундамент, придатний для практичного застосування у подальших роках для ідентифікації джерел ризику, оцінки довгострокових наслідків воєнної агресії, розрахунку ризиків з урахуванням поточних природних і антропогенних факторів та розроблення рекомендацій щодо зниження шкідливого впливу на море.

Об'єктом дослідження є морські екосистеми України та їх екосистемні послуги в умовах дії природних і антропогенних факторів, включаючи впливи, пов'язані з воєнними діями.

Предметом дослідження є методологія оцінювання екосистемних ризиків моря, включно з підходами до формування доказової бази та підготовки даних, виявлення станів нестійкості й критичних станів, побудови

інтегральних показників ризику та підготовки науково обґрунтованих підходів до зменшення шкідливого впливу на морське довкілля.

Звіт містить вступ, основну частину та висновки. В основній частині викладено методологічні засади оцінки екосистемних ризиків моря, підходи до формування інформаційної бази та підготовки даних, а також запропоновані інструментальні рішення для аналізу стійкості й ризику в умовах обмеженої спостережуваності. У висновках узагальнено результати першого року виконання п'ятирічної роботи та окреслено напрями наступних етапів, пов'язаних з ідентифікацією джерел ризику, оцінюванням довгострокових наслідків воєнної агресії, комплексною оцінкою ризиків з урахуванням поточного впливу природних і антропогенних факторів та підготовкою рекомендацій щодо зменшення шкідливого впливу на море.

# 1 МЕТОДОЛОГІЯ ОЦІНКИ ЕКОСИСТЕМНИХ РИЗИКІВ МОРЯ

## 1.1. Основні положення оцінки ризиків природних систем

У науковій та прикладній літературі відсутнє єдине загальноприйняте універсальне визначення поняття «ризик». В окремих випадках цей термін ототожнюється з небезпекою, що оцінюється ймовірністю виникнення несприятливих подій або процесів, що призводять до таких подій без їх урахування. В інших випадках ризик розглядається як двоскладова величина, що поєднує імовірність настання події та масштаб (тяжкість) її наслідків.

У методологічному плані екосистемний ризик - це імовірність та очікувана тяжкість порушення динамічної рівноваги екосистеми (зміни параметрів її біотичних і абіотичних компонентів) під дією природних процесів або антропогенних впливів. Для екологічних систем ризик пов'язаний з джерелами внутрішнього і зовнішнього впливу, значна частина яких припадає на господарську та техногенну діяльність. Для динамічних процесів, що відбуваються в екосистемах, мірою екосистемного ризику може бути функція відхилення фактичної траєкторії стану екосистеми від еталонної (цільової) траєкторії, що відповідає прийнятному екологічному стану. У цьому випадку порівняння розбіжностей траєкторій може бути оцінене як міра екосистемного ризику, тобто ризик є імовірнісною характеристикою несприятливого результату в умовах невизначеності.

На відміну від небезпеки як потенціалу заподіяння шкоди, ризик кількісно поєднує імовірність реалізації небажаної події та величину її наслідків. Отже, оцінка ризику повинна бути пов'язана з оцінкою збитків. У США екологічний ризик також розглядається як двокомпонентний і включає ймовірність виникнення небажаної події екологічного характеру, а також можливі збитки від цієї події. Наслідкам задають кількісну міру (масштаб, тяжкість), і ризик визначають як добуток імовірності події на величину

наслідків. З точки зору динамічних систем ризик - це ймовірність втрати стійкості траєкторії руху системи щодо заданого (цільового) стану.

Загалом, методологія оцінки ризику повинна базуватися на оцінках ймовірності виникнення надзвичайних ситуацій і розрахунку можливого збитку. У практиці кількісної оцінки ризику під цим розуміють, що екосистемний ризик - це добуток імовірності події на величину збитків, отриманих унаслідок реалізації цієї події. [1].

Розвиток терміну «екосистемний ризик» відбувався поступово, паралельно з поглибленням розуміння екосистем та їхньої вразливості до антропогенного впливу [2]. Першою стадією була концепція “екологічний ризик”, яка зосереджувалася на впливі окремих забруднювачів або інших факторів на окремі складові екосистеми [3]. Ця концепція охоплювала такі ключові компоненти: [4], [5]:

- «стресор» - потенційно шкідливий фактор, що може впливати на екосистему. Може бути хімічною речовиною, фізичним фактором, біологічним агентом або комбінацією цих факторів;

- «рецептор» - організми, групи організмів або цілі екосистеми, які можуть бути під впливом стресора;

- «наслідки» - потенційні зміни в рецепторах внаслідок впливу стресора. Можуть бути прямі або непрямі і включати шкоду людському здоров'ю, екосистемам або втрату біорізноманіття;

- «ймовірність» - шанс, що стресор спричинить певні наслідки;

- «невизначеність» - визнання обмежень у знанні про екологічні ризики;

Екосистемний ризик початково визначався як потенційні шкідливі наслідки для екосистем, потім і для екосистемних послуг та зосереджувався на негативному впливі на біорізноманіття, видовий склад, структуру та функціонування екосистем. Але це визначення еволюціонувало. Воно тепер включає не лише екологічні аспекти, а й соціально-економічні [6]. Враховується вплив на благополуччя людини і сталий розвиток, оскільки

екосистеми мають важливу цінність не тільки самі по собі, а й є корисними для людей.

Сучасні визначення екосистемного ризику тепер охоплюють потенційну шкоду для екосистем, а також можливі наслідки для суспільств, які залежать від екосистемних послуг.

У сучасних підходах екосистемний ризик трактують як імовірність та очікувану тяжкість порушення функціонування екосистеми та/або зниження її спроможності надавати екосистемні послуги під дією сукупності стресорів (забруднення, втрата середовищ існування, надмірна експлуатація біоресурсів, інвазії, зміна клімату тощо) за наявної невизначеності. Враховується вразливість екосистем перед різними загрозами, такими як забруднення, втрата середовища існування, перелов рибних ресурсів, поширення інвазивних видів, зміна клімату і інше. Екосистемний ризик підкреслює необхідність профілактичного управління та збереження стратегій для підтримки здоров'я, стійкості та сталого розвитку екосистем.

Таким чином, екологічний ризик і екосистемний ризик є двома пов'язаними, але різними поняттями. Екологічний ризик стосується потенційної шкоди для окремих компонентів екосистеми в результаті діяльності людини, тоді як екосистемний ризик стосується ризиків для здоров'я і стабільності екосистем загалом. Обидві концепції вимагають всебічного розуміння складних взаємодій між діяльністю людини та екосистемами, а також ефективних стратегій управління ризиками, що впроваджують системний підхід до аналізу та вирішення екологічних викликів.

Одним з фундаментальних понять при вивченні природних систем є «стійкість», що пов'язано з антропогенним впливом на екосистеми і необхідністю проведення оцінки такого впливу. Питання про стійкість є одним з найважливіших в дослідженні природних екосистем, однак однозначного його вирішення на даний час не існує [7].

Складність при дослідженні екосистем полягає в неможливості використання класичного імовірнісного підходу, оскільки вірогідний опис процесів, заснований на результатах спостережень над малою вибіркою, з перенесенням усереднених характеристик на поведінку всього досліджуваного явища не забезпечує його адекватної характеристики. В екосистемах, а особливо у водних середовищах, дуже важливі окремі явища незалежно від ймовірності їх прояву, оскільки у водному середовищі саме малоімовірні процеси можуть внести значні збурення в систему аж до процесів, що протікають абсолютно в іншому напрямку і часто породжують такі явища як біфуркація.

Однак ситуація при дослідженні водних екосистем не настільки безнадійна. Так в [8], була висунута гіпотеза про співіснування і взаємодію двох форм просторово-часової організації живої речовини і зокрема біоти водних екосистем. Так, перша форма визначена як потік, що характеризується стійкою нерівноважністю і еволюціонує в бік більшої рівноважності. Друга форма передбачає реалізацію стану нестійкої рівноваги в окремі елементи загального потоку. В результаті повільного еволюційного впливу зовнішнього середовища в екосистемі можуть відбуватися зміни, зумовлені повільним накопиченням нових особливостей і якостей біологічної спільноти. У водній екосистемі подібна мінливість, з певним ступенем адекватності, може бути описана за допомогою системи диференціальних рівнянь. Однак при значному антропогенному впливі, коли різко змінюються умови існування екосистеми, в дію може бути приведений клітинний або генно-молекулярний механізм, коли математичні моделі, які описують трофічні явища на поверхневому (схематичному) рівні, виявляються марними. При цьому деякі компоненти можуть перебувати в критичних (перехідних) станах, коли незначний зовнішній вплив може викликати істотну зміну - біфуркацію, тобто втрату стійкості і перехід в новий стійкий стан [9],[12], причому попередній стійкий стан, через накопичені флуктуацій, змінюється стрибкоподібно.

Таким чином, можливі два принципово різних механізми, що визначають динаміку водних екосистем: адаптаційний і біфуркаційний. Знаючи характеристики середовища, можна зі значним ступенем точності прогнозувати тенденції в зміні параметрів системи, що функціонує за адаптаційним механізмом: екосистема буде рухатися за певною траєкторією всередині обмеженого коридору в напрямку вектора стабілізації. Однак існує деяке критичне значення зовнішнього впливу, що приводить до якісної зміни організації системи, де породжуються безліч шляхів подальшого розвитку, вибір яких непередбачуваний і залежить від поєднання випадкових обставин і флуктуацій зовнішнього середовища в момент біфуркаційного переходу [10].

Морська екосистема це складний живий організм, функціонування якого повністю визначається умовами середовища проживання, тобто параметрами моря. Загальна ознака морської екосистеми - взаємодія автотрофних і гетеротрофних компонентів. Характерною особливістю морських екосистем є яскраво виражена зональність в розподілі біотичної і абіотичної компоненти, що викликає необхідність роздільного розгляду характеристик стану екосистем материкового шельфу (мілководної) зони і глибинної зони морів.

Як показано в [11], дослідження структурних і якісних властивостей морських екосистем слід проводити з урахуванням їх стану. Проте чіткого визначення, що розуміється під терміном «стан» не існує. У класичній фізиці під станом прийнято розуміти сукупність всіх спостережуваних фізичних величин, значення яких, за певних граничних умов, однозначно визначені з плином часу [12]. За аналогією, в екологічній практиці під «станом» мається на увазі сукупність параметрів екосистеми, які в даний момент часу, за певних граничних умов, однозначно визначають основні характеристики системи [13]. Таке формулювання терміна стосується суто детермінованих систем, до яких екосистема не належить. Інше формулювання приведене в ДСТУ17.1.1.01-77, де термін «стан водного об'єкта» визначено як характеристика водного об'єкта за сукупністю якісних і кількісних показників стосовно до видів водокористування. При цьому до якісних і кількісних

показників об'єкта віднесені швидкість течії, глибина водного об'єкта, температура води, значення водневого показника, вміст розчиненого кисню та інше. У подібному формулюванні «стан» визначено не як сукупність властивостей, що відображають структуру і функціональну особливість водного об'єкта, а як необмежений набір деяких параметрів середовища, необхідних для здійснення різних видів господарської діяльності.

Слід погодитися з висловлюваннями з приводу трактування терміна «стан» екосистеми, наведеними в [14], де однією з причин відсутності однозначного визначення цього поняття є неоднозначність поведінки в часі самої екосистеми, тобто фактично непередбачуваності еволюції її стану за рахунок саморозвитку системи під впливом внутрішніх і зовнішніх факторів. Більш вірогідним є твердження не про безпосереднє визначенні самого стану, що визначається через набір таких характеристик водної екосистеми, а через виявлені властивості екосистеми [15], коли відбувається зміна не стану як такого, а його еволюція. Подібне трактування «стану екосистеми» виявляється визначальним при виборі способів вивчення поведінки екосистеми за допомогою натурного або математичного моделювання, коли з'являється можливість впливу на систему за допомогою зміни керуючих параметрів і вивчення відгуків екосистеми, викликаючи її еволюцію. При цьому набір параметрів, що характеризують екосистему, повинен бути достатнім для того щоб фіксувати перехід екосистеми з одного стану в інший, трактований у фізиці як фазовий перехід. У якості подібних параметрів для морської екосистеми необхідний їх вибір, що забезпечує існування спільнот живих організмів, характерних для умов переходу з різних станів в умовах природного або антропогенного режимів їх розвитку. Фактично таке трактування зводиться до визначення хімічного, біологічного складу і фізичних властивостей моря, які обумовлюють стійке функціонування спільнот живих організмів, збереження певного типу екологічної сукцесії або до оцінки його придатності для різних видів природокористування.

Найбільш ефективне уявлення стану морської екосистеми у вигляді вектора стану, в який включені параметри, що характеризують біоту, абіогенні фактори і антропогенний вплив на екосистему. Подібний вектор можна назвати «матричним портретом» або матрицею стану екосистеми. Однак у формуванні матриці можлива значна частка суб'єктивізму, для зниження якого бажано використовувати інтегральні оцінки. Головним фактором в матриці станів екосистеми має бути стан біоти, яка визначається станом середовища і реагує на негативні впливи.

Комплекс ключових характеристик, за якими можна судити про стан морської екосистеми можна розділити на гідрологічні, гідрохімічні і біологічні параметри. До гідрологічних параметрів відносяться температура і солоність морської води, а також швидкість і напрямок течій на різних горизонтах, оптичні характеристики, що визначають світлові умови фотосинтезу морських організмів. До найважливіших гідрохімічних показників, які характеризують стан морського середовища, відносяться: концентрація розчиненого кисню, вміст різних форм органічного і мінерального фосфору, азоту, вміст розчинених у морській воді органічних речовин і нафтопродуктів.

Для оцінки екологічної ситуації за біологічними показниками використовують структурні і функціональні характеристики бактеріо -, фіто - і зоопланктону, бентосу і іхтіофауни, а також окремих таксонів і видів гідробіонтів.

Параметри, що визначають стан екосистеми, враховуючи зональність їх розподілу, бажано представляти у вигляді матриці стану (матриці «об'єкт-ознака»), де стовпцями матриці будуть параметри екосистеми, а рядками виділені райони моря або координати гідрологічних станцій на яких відбираються проби, що характеризують стан екосистеми.

В результаті антропогенного або природного впливу, як на окремі ділянки морської акваторії, так і на водний об'єкт у цілому, можлива втрата стійкості екосистем, що може призвести до негативних сценаріїв розвитку умов існування біотичної компоненти. Загалом, стійкість екосистеми

визначається її здатністю зберігати внутрішні структурні зв'язки і перебувати всередині області стійкого стану і розвитку [16].

Кількісною оцінкою таких наслідків є міра екологічного ризику або в разі розгляду структурних і динамічних властивостей екосистеми - екосистемні ризики. До особливого класу відносяться впливи, які приводять екосистему до катастрофічного стану (появі біфуркацій у поведінці екосистем), коли процес деградації стає незворотним. При цьому виникає проблема оцінки ризику переходу екосистеми з поточного стану в критичний стан.

## 1.2 Методологія оцінки екосистемних ризиків на базі теорії динамічних систем у періоди воєнних дій

Екосистемні ризики в межах підходу теорії динамічних систем розглядають як результат взаємодії взаємопов'язаних факторів із часовою мінливістю та нелінійними зворотними зв'язками. Ці ризики включають зміни в навколишньому середовищі, такі як забруднення і втрата біорізноманіття, кліматичні зміни, а також їх соціальні та економічні наслідки. Динамічний характер ризиків означає можливість їх посилення через зворотні зв'язки та кумулятивні ефекти, що обґрунтовує потребу в регулярному моніторингу та адаптивному управлінні. Динаміка екосистем включає зміни структури, властивостей і взаємовідносин популяцій під впливом зовнішніх факторів, а екосистемні ризики виникають, коли ці зміни порушують стійкість і функціонування системи, призводячи до негативних наслідків.

Екосистемні ризики моря в даному звіті розглядаються в парадигмі ризик-орієнтованого управління як результат взаємодії природної мінливості, антропогенних тисків та здатності морської екосистеми зберігати функції і послуги за наявності збурень. Методологічно це відповідає системному

підходу до управління екосистемними ризиками, у межах якого ризик інтерпретується як поєднання ймовірності переходу системи до небажаних (нестійких/критичних) станів та масштабу наслідків для екосистемних послуг і соціально-економічних вигод, із подальшим перетворенням результатів оцінювання у пріоритизацію управлінських рішень [17]. У такій постановці важливим є явне розмежування індикаторів стану/стійкості (резильєнтності) та наслідків у термінах втрат послуг, що забезпечує сумісність із сучасними підходами до екосистемного менеджменту та процедурними вимогами доказовості оцінок [17 - 19]. Для практичної реалізації системного підходу доцільним є використання математичних моделей управління ризиками, які дозволяють формалізувати ризикові стани, сценарії впливів та правила прийняття рішень у межах єдиного алгоритму [19].

Методологія оцінювання екосистемних ризиків ґрунтується на кількісному описі резильєнтності (стійкості) екосистем до природних та антропогенних впливів [20, 21]. Крім того, що особливо важливо в умовах воєнних дій, методологія має передбачати оцінювання ймовірностей переходу до критичних станів, а також кількісне врахування збитків для стану екосистем і екосистемних послуг, що наноситься результатами такого впливу, як на стан морської екосистеми так і на екосистемні послуги, що може бути формалізовано через функціонал математичного сподівання ризику:

$$R_{mo} = \sum_{i=1,n} \sum_{j=1,k} (P_{i,j}(ст.) + P_{i,j}(кр)) Z_{i,j} \quad (1.1)$$

де:  $R_{mo}$  - математичне сподівання екосистемного ризику, виражене в одиницях шкоди (монетизованих збитків);

$P_{i,j}(ст)$  - імовірність втрати стійкості  $i$ -тої екосистеми, що спричиняє зниження цінності  $j$ -тої екосистемної послуги;

$P_{i,j}(кр)$  - імовірність критичного стану  $i$ -тої екосистеми, яка призвела до зниження вартості  $j$ -тої екопослуги;

$Z_{i,j}$  - збиток, зумовлений зменшенням цінності  $j$ -тої морської екосистемної послуги в межах  $i$ -тої екосистеми.

Відповідно, (1.1) інтерпретується як математичне сподівання монетизованих втрат  $Z_{i,j}$ , зважених на ймовірність реалізації моделей  $P_{i,j}(\text{ст.})$  и  $P_{i,j}(\text{кр.})$  і трактуються як компоненти сукупного ризику, що доповнюють. Тобто можуть спільно виникати як частини багаторівневого процесу деградації екосистеми і тоді сума відбиває інтегральну ймовірність шкоди.

Подання ризику через математичне очікування наслідків (у т.ч. монетизованих) є ключовим для трансформації екологічних оцінок у рішення управління: такий функціонал дозволяє зіставляти різні типи впливів на єдиній шкалі “ймовірність  $\times$  наслідок” і тим самим виконувати ранжування акваторій/джерел тиску за пріоритетом реагування [18, 19]. Важливо, що наслідок у цьому випадку трактують не лише як локальний екологічний ефект, а як втрату/зменшення екосистемних послуг у часі, що прямо пов’язує оцінювання ризику з управлінськими сценаріями (запобігання, пом’якшення, відновлення) та оцінкою ефективності втручань [18]. Отже, параметр  $Z_{i,j}$  доцільно інтерпретувати як інтегральну (у часі/просторі) втрату послуги  $j$  в межах екосистеми і за заданого сценарію, а  $P_{i,j}$  - як імовірність реалізації стану/траєкторії, що призводить до такої втрати [19]. Такий підхід забезпечує методологічну сумісність обчислювальної частини оцінки з подальшим формуванням управлінських рекомендацій і дозволяє прозоро інтегрувати невизначеність у прийнятті рішень [18, 19].

У такій постановці ризик зростає зі збільшенням імовірності досягнення критичних станів та/або зі збільшенням очікуваних збитків (за сталих інших умов).

Окремо слід зазначити, що диференціація морських екосистем нерозривно пов’язана з формуванням однорідних водних мас, які визначаються солоністю, температурою та розчиненим киснем.

Крім імовірнісних характеристик, що визначають втрату стійкості і рівень критичного стану морської екосистеми, в рівняння 1.1 входить

величина збитку вартості морських екопослуг, яка вимірюється в грошових одиницях. Про важливість економічних оцінок екосистем зазначено в [22]. Методологія оцінки величини збитку, що наноситься морським екопослугам приведена в [23]. Суть її полягає в оцінці вартості розглянутої екосистеми, яка здебільшого включає вартість послуг, що забезпечують і культурних екосистемних послуг.

Для оцінки поведінки динамічної системи необхідно описати її фазовий простір, тобто безліч моментів часу і деяке правило, що описує рухи точок фазового простору в часі [24]. Безліч моментів часу може бути як інтервалом речової прямої, так і безліччю цілих або натуральних чисел (дискретний час). У другому випадку "рух" точки фазового простору більше нагадує миттєві «стрибки» з однієї точки в іншу: траєкторія такої системи є не гладкою кривою, а просто безліччю точок. Ймовірність втрати стійкості пов'язана з розвитком несприятливих фазових траєкторій динамічних систем, що призводять до їх віддалення від зони тяжіння атрактора, яка може бути оцінена сумою ймовірностей розвитку несприятливих траєкторій [25].

У кібернетиці фазовий простір - це абстрактний простір усіх можливих станів динамічної системи. Кожна точка в цьому просторі є одним конкретним станом системи [26]. Атрактор це безліч точок у фазовому просторі динамічної системи, якого прагне система або змінна при своїй еволюції, атрактором може бути нерухома точка або компактне підмножина фазового простору динамічної системи.

Несподівана втрата стійкості, що відповідає хаосу в природних явищах, може відбутися при впливі на систему навіть малих випадкових збурень типу білого шуму. Фізична природа виникнення цього ефекту - нестійкість траєкторій в фазовому просторі. Фактично подібне явище призводить до появи так званих «хаотичних» або «дивних атракторів», які вкрай чутливі до зміни початкових умов, що призводить до значної розбіжності близьких один до одного траєкторій. Методологія дослідження появи і поведінки «дивних атракторів» заснована на аналітико-чисельних методах і передбачає наявність

динамічних рівнянь переміщення точок станів динамічної системи в фазовому просторі. Досить докладна методологія дослідження поведінки «дивних атракторів» приведена в [27].

Предтечею оцінки втрати стійкості морських екосистем, з погляду аналітико-чисельного методу, є математичний опис стану цієї екосистеми у вигляді стохастичних диференціальних рівнянь та побудовою фазових траєкторій стиснутого простору ознак.

Загалом стохастичне диференціальне рівняння (СДР) стану динамічної системи може бути представлено у вигляді [25]:

$$dX(t)=\mu(t,X(t))dt+\sigma(t,X(t))dW(t), \quad (1.2)$$

де  $X(t)$  - вектор стану (температура морської води, біомаса, поживні речовини тощо);

$\mu(t,X(t))$  - детермінована складова (тренд, дрейф), яка залежить від часу  $t$  і поточного значення процесу  $X(t)$ ;

$\sigma(t,X(t))$  - стохастична складова (коефіцієнт дифузії), яка залежить від часу  $t$  і поточного значення процесу  $X(t)$ ;

$dW(t)$  - інкремент (приріст) вінеровського процесу (білого шуму), який є стандартним броунівським рухом з безперервним шумом, що представляє різницю значень процесу на деякому часовому інтервалі  $W(t)-W(s)$ .

Величина  $dW(t)$  є стохастичною складовою, яка вносить випадковість у рівняння.

Слід врахувати, що класичні СДР рівняння 1.2 з безперервним шумом не відображають всієї складності та різкої мінливості поведінки системи, що характерно при воєнних діях. Більш адекватне уявлення екосистемних ризиків у вигляді стохастичного диференціального рівняння зі стрибком, за допомогою введення відповідних параметрів та функцій, які враховують як стохастичні (безперервні) фактори, так і дискретні стрибки, пов'язані з

ймовірними різкими подіями в екосистемі, такими як залпове скидання або викид у довкілля забруднюючих речовин.

Появи стрибків визначаються значною зміною параметрів екосистем та можливими біфуркаціями (роздвоєнням перебігу процесу). Рівняння подібного типу можна уявити у вигляді [30], [31]:

$$dX(t)=\mu(t,X(t))dt+\sigma(t,X(t))dW(t)+J(t)dN(t), \quad (1.3)$$

де  $X(t)$  - змінна, що представляє стан екосистеми на момент часу  $t$ ;

$\mu(t,X(t))$  - функція, що описує детерміновані зміни в екосистемі, що залежать від часу  $t$  та поточного стану  $X(t)$  ;

$\sigma(t,X(t))$  - коефіцієнт, що визначає стохастичну (безперервну) частину, яка враховує випадкові зміни;

$dW(t)$  - інкремент Вінеровського процесу, що представляє стохастичну складову зміни;

$J(t)$  - інтенсивність стрибків, що представляє частоту та магнітуду дискретних стрибків в екосистемі;

$dN(t)$  - інкремент процесу Пуассона (стохастичний процес потоку випадкових незалежних подій постійної інтенсивності), що представляє випадкові стрибки(збільшення пуассонівського процесу, яке дорівнює 1 в момент стрибка і 0 в інший час).

Рівняння 1.3 описує процес  $X(t)$ , враховуючи як детермінований тренд  $\mu(t,X(t))$ , так і стохастичну складову  $\sigma dW(t)$ , а також стрибки  $J(t)dN(t)$ , які відбуваються в моменти часу, коли стрибок відбувається, функцією  $J(t)$ .

У рівнянні 1.3  $J(t)$  є функцією, яка залежить від різних факторів, таких як залпові викиди забруднювачів, людська діяльність, природні катастрофи, кліматичні зміни та інші екосистемні ризики. Вирішення такого рівняння дозволить моделювати динаміку екосистеми з урахуванням як стохастичних факторів, так і дискретних стрибків, що важливо при оцінці та прогнозуванні ризиків у морських екосистемах. Стрибки в подібній моделі становлять також

ймовірність появи біфуркацій у стані екосистеми, що вкрай ймовірно під час проведення військових дій.

Рівняння (1.2) - (1.3) описують динаміку однієї змінної  $X(t)$ . Натомість стан морської екосистеми визначається вектором взаємопов'язаних фізичних, хімічних і біологічних показників, тому повний опис потребував би системи стохастичних диференціальних рівнянь розмірності, що відповідає числу релевантних змінних. Побудова та параметризація такої системи з урахуванням нелінійних взаємодій, прямих і зворотних зв'язків та різних часових масштабів у прикладних задачах управління ризиками є надмірно складною. Тому подальший аналіз виконується в парадигмі теорії динамічних систем: багатовимірний стан розглядають як еволюцію траєкторії у фазовому просторі, а зменшення розмірності реалізують через процедури скорочення простору ознак, сформованого з вимірюваних показників, що відображають реакцію екосистеми на заданий тип впливу.

Проблема оцінки ймовірностей втрати стійкості в подібній методології полягає в необхідності мати в своєму розпорядженні досить велику кількість вимірювань станів екосистеми, необхідних для побудови фазових траєкторій системи. Ґрунтуючись на методології теорії динамічних систем, оцінка ймовірності втрати стійкості може бути в побудові і аналізі параметричних або динамічних фазових портретів, де в якості незалежних координат використовуються параметри стисненого простору ознак.

Серед усіх антропогенних порушень, згідно Конвенції про захист Чорного моря від забруднення (Бухарест, 1992 р.), найбільш сильним негативним чинником, що впливає на екосистему Чорного моря і, в першу чергу, систему ПЗЧМ, є евтрофікація [32], яка також пов'язана з воєнними діями. Евтрофікація здебільшого викликана надлишком азоту і фосфору, що веде до збільшення синтезу органічних сполук у водних екосистемах. Це породжує ряд серйозних негативних наслідків, наприклад, зниження прозорості води, інтенсивний розвиток нитчастих водоростей і заростання берегової лінії, масове «цвітіння» водоростей у відкритих районах моря і

дефіцит кисню в придонних шарах. Багато видів мікроскопічних синьо-зелених водоростей токсичні для людей і тварин. Евтрофікація веде до порушення якості морського середовища і позбавляє людей можливості користуватися екосистемними послугами.

Крім збитків для рибогосподарської галузі, антропогенна евтрофікація морських вод спричиняє великі втрати в інших галузях економіки та соціальної сфери. За експертними оцінками, економічні збитки від порушення стану довкілля української частини Азовського і Чорного морів становлять щорічно 1,7 млрд. грн. [33], [34].

Процес евтрофікації морської води - це комплексне явище, пов'язане з накопиченням поживних речовин (здебільшого азоту і фосфору), що призводить до надмірного зростання водоростей, зниження рівня кисню і можливих стрибкоподібних змін в екосистемі (Equation, або Jump SDE).

Стохастичне диференціальне рівняння з стрибком для моделювання евтрофікації морської води, а фактично процесу надмірного накопичення поживних речовин (насамперед азоту та фосфору), що призводить до бурхливого зростання водоростей та погіршення якості води може мати вигляд:

$$dX(t) = \mu(X(t), t) dt + \sigma(X(t), t) dW(t) + \gamma(X(t), t) dJ(t), \quad (1.4)$$

де  $X(t)$  - концентрація поживних речовин (наприклад, загального азоту, фосфору) у морській воді в момент часу  $t$ ;

$\mu(X(t), t)$  - функція детермінованої зміни (природне споживання, біорозкладання та інше);

$\sigma(X(t), t)$  - інтенсивність безперервного шуму (наприклад, вплив випадкових коливань температури, течій);

$W(t)$  - вінерівський процес (безперервний шум);

$dJ(t)$  - пуассонівський процес, що моделює випадкові стрибкоподібні скидання;

$\gamma(X(t),t)$  - амплітуда стрибка в момент часу  $t$ .

Складання та розв'язання стохастичних диференціальних рівнянь вимагає значної інформації про безперервні часові ряди параметрів системи, що робить практично неможливим вирішення проблеми оцінки екосистемних ризиків. Однак практична реалізація оцінювання можлива без явного розв'язування рівняння (1.4): як альтернативу для оцінки стійкості морських екосистем можна застосувати апроксимацію траєкторій фазових портретів диференціальними рівняннями з подальшим прогнозуванням в області екстраполяції.

Для побудови фазових портретів та складання стохастичних диференціальних рівнянь прогнозу стану екосистем, за наявності викидів забруднень, слід скоротити (стиснути) багатовимірний простір ознак (факторів), що визначають стан морського середовища, що знаходиться під певним видом антропогенного чи природного впливу.

Після побудови фазових портретів стисненого простору ознак, оцінку ймовірності втрати стійкості виконують як відношення кількості реалізацій/траєкторій, що перетинають заданий поріг (межу) стійкості, до загальної кількості реалізацій/траєкторій. Можлива поведінка системи у разі неконтрольованих залпових викидів забруднюючих речовин здійснюється за допомогою апроксимації фазових траєкторій стохастичним диференціальним рівнянням із стрибком.

Вкрай важливим, у методологічному плані, залишається питання способу стиснення багатовимірного простору ознак, визначальних за стан морських екосистем. Одним із найбільш популярних методів стиснення багатовимірного простору ознак є метод головних компонентів або метод РСА (Principal Component Analysis). Цей метод знаходить лінійні комбінації вихідних ознак, які пояснюють найбільшу кількість варіації даних. Отримані основні компоненти є новими ознаками, які можна використовувати замість

вихідних. PCA метод може допомогти виявити головні компоненти, які найбільше впливають на евтрофікацію, виділити комбіновані ознаки, такі як «рівень фосфору і температури води», які мають найбільший вплив на розвиток водоростей. Однак застосування цього методу доцільне лише для лінійних залежностей. Для нелінійних залежностей використовуються удосконалені методи PCA.

Лінійна система це будь-яка система, для якої відгук системи на суму впливів дорівнює сумі відгуків на кожну дію. У математичній моделі лінійної системи це означає, що оператор перетворення «вхід-вихід» лінійний. Іноді лінійну властивість системи називають принципом суперпозиції. Нелінійна система це динамічна система, у якій протікають процеси, що описуються нелінійними диференціальними рівняннями. Це динамічна система, зміни на виході якої не пропорційні змінам на вході; процеси, що протікають в такій системі, описуються нелінійними диференціальними рівняннями (рівняння містить член з порядком 2 і вище); змінює свої властивості під дією потоків, що проходять через них (речовини, енергії, інформації): не діє принцип суперпозиції (накладення). Нелінійні системи можуть здаватися хаотичними, непередбачуваними чи суперечливими, на відміну простих лінійних систем.

Слід зазначити, що накопичення біогенних речовин (азоту, фосфору тощо), підвищення температури води в морському середовищі - це процеси, які певною мірою не є строго лійними. Хоча в певних умовах можна використовувати лінійні наближення, важливо лише враховувати безліч факторів, які впливають на ці процеси та часто призводять до нелінійних залежностей. Для деяких випадків може бути достатньо лінійного наближення, якщо основним завданням є виявлення загальних трендів, а не точне прогнозування.

### 1.3 Методологія виявлення критичних станів морських екосистем

Важливим питанням в дослідженні стану моря, розглянутого з позиції теорії динамічних систем, поряд з оцінкою ймовірності втрати стійкості, є настання кризових (критичних) явищ в морських екосистемах, що характерно для військових дій та сприяє появі хаосу в динаміці екосистем.

У теорії динамічних систем динамічний хаос представлений випадковою поведінкою нелінійної системи, незважаючи на те, що вона визначається детермінованими законами [35]. Як синонім часто використовують термін детермінований хаос, обидва терміни повністю рівнозначні і використовуються для вказівки на істотну відмінність хаосу, як предмета наукового вивчення в синергетиці, від хаосу в повсякденному сенсі.

Хаос - це структурна властивість системи, одна з основних її рис. Якщо з плином часу система не має стійких стаціонарних точок, то слід очікувати хаотичного режиму коливань. Висока чутливість до початкових умов призводить до того, що розвиток детерміновано-хаотичних процесів неможливо передбачити на тривалий проміжок часу. Тому, для його виявлення не потрібно занадто точна модель. Хаос породжений нелінійністю і нестійкістю фазового потоку в багатовимірному просторі, що характерно для більшості нелінійних систем.

Входження системи в непередбачуваний режим, перехід до хаосу, описується каскадом біфуркацій, які йдуть одна за одною. Каскад біфуркацій веде до появи вибору між двома станами, потім чотирма і тому подібне, система починає коливатися в хаотичному, турбулентному режимі послідовного подвоєння можливих значень. У реальних динамічних системах хаос, як правило, настає після трьох біфуркацій [36]. Для динамічного хаосу характерний нерегулярний характер - так званий дивний атрактор, схожий на клубок траєкторій.

Для оцінок характеристик реальної системи, математична модель якої невідома, а також невідома розмірність фазового простору, використовується

інформація про поведінку в часі якої-небудь однієї з динамічних або параметричних змінних [37]. В [38] показано, що майже для всіх гладких динамічних систем при наявності однієї часової реалізації, що спостерігається динамічною змінною можна сконструювати новий атрактор, основні властивості якого будуть такими ж, як у вихідного.

Важливою особливістю хаотичних режимів є нестійкість кожної траєкторії, що належить хаотичному атрактору. Однією з кількісних характеристик цієї нестійкості є характеристичні показники Ляпунова, що дозволяють оцінити: фрактальну розмірність атрактора, ентропію динамічної системи і характерний час передбачуваності поведінки системи. Показник Ляпунова визначається як швидкість зменшення взаємності кореляції між двома реалізаціями процесу з близькими початковими умовами з плином часу.

Оскільки критерієм хаотичної динаміки служить присутність позитивного старшого ляпуновського показника, значний інтерес представляє можливість його оцінки на підставі обробки часових рядів координат параметричних фазових портретів морських екосистем. Показники Ляпунова характеризують для траєкторій на атракторі швидкість їх розбіжності одна від одної, а для траєкторій поза атрактором - швидкість їх наближення до атрактора.

В [37] запропонований алгоритм оцінювання цих показників, виходячи з порівняння точок еволюції фазової траєкторії, оцінюючи два найбільших показника Ляпунова. Для цього постійно порівнюються початкова точка і деяка поточна точка часового ряду.

Крім показників Ляпунова при вивченні динамічних систем часто використовуються автокореляційні функції (АКФ), які є досить ефективною характеристикою поведінки розглянутої системи. Знання автокореляційних функцій дозволяє вирішити широке коло завдань, пов'язаних з дослідженням і прогнозуванням мінливості океанографічних процесів і полів [38]. До них відносяться: виявлення прихованих періодичностей, оцінка спектральної

щільності, оцінка ступеня зв'язності ряду, довгостроковий прогноз на основі методів екстраполяції.

АКФ вважається аперіодичною функцією часу, якщо динамічна система є хаотичною. При цьому спектр буде безперервним, тому що АКФ тісно пов'язана з потужністю спектра [39], [40], тому відмінності хаосу від «білого шуму» можна перенести і на спектри варіаційних рядів координат фазових портретів, що визначають стан морських екосистем. Спектр «білого шуму» містить гармоніки нескінченно великих частот і являє собою суцільну смугу по частоті від нуля до нескінченності. Саме тому шум і був названий «білим», за аналогією з білим світлом, що містить суміш сигналів всіх кольорів. На противагу йому спектр хаотичного сигналу має суцільну смугу обмеженої довжини і не доходить до нескінченності.

Для виявлення в спектрах безперервних смуг (в межі нескінченних частот) традиційних спектральних методів Блекмана-Тьюки або швидкого перетворення Фур'є, необхідна наявність досить довгих часових рядів (кілька тисяч значень), що є певною проблемою при оцінці стану морських екосистем. Одним із способів подолання даної проблеми є використання параметричного підходу, розробленого для аналізу і прогнозу коротких рядів даних. Суть методу полягає у використанні авторегресійних моделей для оцінювання спектрів, причому подібна оцінка відповідає вимозі максимальної ентропії для невідомих значень коваріаційної функції.

Детальний виклад теорії параметричного спектрального аналізу міститься в [41], [42]. У хаотичному режимі спектральна щільність потужності змінної стану динамічної системи має безперервну частину, що свідчить про хаотичну поведінку цієї змінної. Для такого режиму автокореляційна функція швидко, при зростанні часу зсуву, наближається до нуля (АКФ швидко згасає), і майже різні початкові стани на атракторі еволюціонують до сильно різних кінцевих станів.

Для виявлення критичних станів необхідно визначити характерні особливості поведінки динамічної системи поблизу точок біфуркації (зон

критичного переходу), що визначають режимні зрушення у стані морської екосистеми [43]. Особливості поведінки динамічної системи поблизу зон критичного переходу оцінюється за допомогою автокореляційних функцій та спектрів потужності, що використовуються для встановлення хаотичності руху. У зонах критичних переходів може проявлятися більш низька здатність системи відновлюватися, тобто повертатися в первісний стан рівноваги після припинення збурення, зростання автокореляції, наростання часової дисперсії аналізованих показників стану динамічної системи [44]. Крім перерахованих вище особливостей, можна відзначити також збільшення ступеня асиметрії флуктуацій координат фазового портрета в міру наближення динамічної системи до зони критичного переходу.

Автокореляція з одиничним кроком враховує стан системи на даний момент часу і на один вибраний часовий крок назад. Автокореляція з лагом  $n$  враховує стан системи на даний момент часу і на  $n$  вибраних часових кроків назад. Таким чином, автокореляція дозволяє проаналізувати «пам'ять» динамічної системи.

Якщо найбільш високим виявляється коефіцієнт автокореляції першого порядку, то досліджуваний ряд містить тільки тенденцію. За коефіцієнтом автокореляції першого порядку можна судити про наявність лінійної (або близькою до лінійної) тенденції. Якщо найбільш високим виявляється коефіцієнт автокореляції порядку  $n$ , то ряд містить циклічні коливання з періодичністю в  $n$  моментів часу. Якщо жоден з коефіцієнтів автокореляції не є значущим, можна зробити одне з двох припущень щодо структури цього ряду: або ряд не містить тенденції і циклічних коливань, або ряд містить сильну нелінійну тенденцію, для виявлення якої потрібно провести додатковий аналіз.

У міру наближення до області (зони) критичного переходу («режимного зсуву») поведінка змінних стану динамічної системи стає все більш і більш схожою на броунівське блукання. Разом з наростанням автокореляції першого порядку зростає і часова дисперсія (розкид) значень для всіх змінних стану. У

граничному випадку, тобто поблизу точки біфуркації, значення автокореляції з одиничним кроком прагне до одиниці, а значення дисперсії - до нескінченності. У свою чергу, область стійкості системи в міру наближення до зони «режимного зсуву» стає все менш і менш симетричною. Це призводить до наростання асиметричності флуктуацій дисперсії для всіх змінних стану системи і викликає асиметрію в їх розподілі.

Характер спектра потужності - один з найпростіших і в той же час цілком надійних критеріїв, використовуваних при аналізі режимів динамічної системи. Розрахувавши його чисельно або вимірявши експериментально, порівняно легко визначити, якою є поведінка системи - хаотичною, періодичною або квазіперіодичною. Однією з ознак хаотичних коливань є поява широкого спектру частот. Ця ознака хаосу особливо важлива, коли система має малу розмірність (від однієї до трьох ступенів свободи). Якщо спочатку є одна переважна частотна компонента, то часто передвісником хаосу є поява в частотному спектрі різних субгармонік. Фактично спектр хаотичного сигналу має суцільну смугу обмеженої довжини.

Знаходження морської екосистеми в хаотичному стані свідчить про формування дивного атрактора, що може привести до її кризового стану. У системних дисциплінах під кризою розуміється процес швидких, якісних змін в системі, що супроводжується перебудовою в структурній та функціональній організації з виходом системи або в стаціонарний режим, але в змінений стан, або до її руйнування, що для морських екосистем можна охарактеризувати як критичний стан [45].

По суті критичний стан - це стан системи, в якому відбувається або її руйнація, або якісна перебудова, що спричиняє зміну структури, тобто заміну деяких або всіх елементів і зв'язків між ними, а також зміну поведінки і саморозвитку [46]. Область кризових процесів характеризується тим, що за малих змін структури і/або величини впливу можливі різкі (якісні) зміни режиму функціонування. Це зумовлено нелінійним характером взаємозв'язків у складних системах.

#### 1.4 Методологія оцінки збитків екосистемним послугам, спричинених втратою стійкості морських екосистем

Послуги екосистем (екосистемні послуги) - це надані блага, що розглядаються як результат функціонування екосистеми, оцінюваний з позиції людини. Однак, виконуючи економічну оцінку шкоди, що завдається екосистемним послугам, слід погодитися з [47], [48], де екосистемні послуги розглядаються не як “вигоди, які люди отримують від екосистем”, а як особлива форма (напряму) використання (збереження, відтворення) компонентів природного середовища (екологічних ресурсів) для задоволення різноманітних соціально-екологічних потреб.

Згідно з класифікацією, наведеною в [49], екосистемні послуги поділяються на чотири групи: забезпечувальні, регулювальні, підтримувальні та культурні. Здебільшого така класифікація використовується і для морських екосистемних послуг.

В якості основною морською послугою, що забезпечує, слід вважати забезпечення рибою, морепродуктами і продуктами аквакультури.

До числа регулюючих послуг може бути віднесене регулювання взаємодії біосистем на різних трофічних рівнях, а також атмосферне регулювання морськими організмами за допомогою збереження і підтримки балансу хімічного складу атмосфери.

До послуг, що підтримують передусім відноситься забезпечення місцем існування морських екосистем, особливо в прибережних районах, де місце існування служить джерелом живлення численних організмів, серед яких рослини, риби, птахи, молюски, і так далі.

До культурних послуг в першу чергу відносяться рекреаційні послуги, які включають такі елементи комфорту, як чиста морська вода, морський мікроклімат, морський туризм. Крім того, характеристики стану і динаміки морських екосистем можуть служити індикаторами змін в довкіллі. Реакція

морських організмів (біомаркерів) на зміни їх місця існування може служити сигналом про погіршення стану морської води.

Збиток, викликаний втратою вартості  $j$ -тої морської екопослугі в  $i$ -тій екосистемі може бути оцінено після економічної оцінки екосистемних послуг, ідентифікацію факторів, що сприяють втраті стійкості. Слід зазначити, що в Україні відсутня методологія оцінки збитків морським екосистемам внаслідок втрати їхньої стійкості.

Наразі в Україні діють наступні нормативні документи, що стосуються збитків внаслідок завдання шкоди довкіллю морських акваторій та прибережних територій, які певною мірою можуть бути використані для оцінки збитків при втраті стійкості морських екосистем[47]:

- 1) Методика розрахунку розмірів відшкодування збитків, заподіяних державі внаслідок порушення законодавства про охорону та раціональне використання водних ресурсів, затверджена наказом Міністерства охорони навколишнього природного середовища України від 20.07.2009 № 389;
- 2) Положення про порядок обчислення розміру відшкодування та сплати збитків, заподіяних внаслідок забруднення із суден, кораблів та інших плавучих засобів територіальних і внутрішніх морських вод України, затверджене наказом Міндовкілля 16.01.2021 р. № 16;
- 3) Методика обчислення розміру збитків від забруднення нафтою, затверджена постановою КМУ від 26.04.2003 р. № 631;
- 4) Такси для обчислення розміру відшкодування збитків, заподіяних підприємствами, установами, організаціями і громадянами України, іноземними юридичними особами та громадянами внаслідок забруднення із суден, кораблів та інших плавучих засобів територіальних і внутрішніх морських вод України, затвердженні Постановою КМУ від 03.07.1995 р. № 484;

5) Методика оцінки збитків від наслідків надзвичайних ситуацій техногенного і природного характеру, затверджена Постановою КМУ від 15.02.2002 р. № 175.

Більшою мірою для оцінки збитків при втраті стійкості найбільше підходить «Методика оцінки збитків від наслідків надзвичайних ситуацій техногенного та природного характеру». Відповідно до Постанови № 175 всі збитки поділяються на види залежно від завданої фактичної шкоди:

- втрати життя та здоров'я населення (Нр);
- втрат рибного господарства (Рр/г);
- знищення або погіршення якості рекреаційних зон (Ррек);
- забруднення внутрішніх морських вод і територіального моря (Вф).

У загальному випадку  $Z_{i,j}$  втрата, яка викликана втратою вартості  $j$ -тої морської екопослуги в  $i$ -тій екосистемі може бути визначена у вигляді:

$$Z_{i,j} = \sum_{i,j=1,n} (C_{i,j} + C_{ri} + L_{ei}), \quad (1.5)$$

де  $Z_{i,j}$  - загальні збитки від втрати стійкості морської екосистеми (у грошовому вираженні, наприклад, у гривні або доларах);

$C_j$ - вартість втрачених екосистемних послуг по  $j$ -му виду послуги;

$C_{ri}$  - Витрати на відновлення відповідних компонентів екосистеми (очищення води, відновлення біоцинозів);

$L_{ei}$ - економічні втрати, пов'язані з порушенням діяльності, яка залежить від екосистеми (зниження вилову риби, туризму, судноплавства);

$n$  - кількість компонентів або типів екосистемних послуг, що враховуються

Так, для кожного виду екопослуги збитки можуть бути визначені як:

$$Z_i = A_i \cdot V_i \cdot D_i, \quad (1.6)$$

де:  $Z_i$  - збитки, що завдаються певного виду екосистемної послуги;

$A_i$ - площа або обсяг екосистеми, де порушена послуга (площа ураженої акваторії або обсяг водних мас);

$V_i$ - вартість одиниці екосистемної послуги з розрахунку на площу чи обсяг ;

$D_i$ - коефіцієнт деградації або втрати функції (0-1), що відображає, наскільки послугу порушено (1 - повна втрата).

## 2 СКЛАДАННЯ АЛГОРИТМУ ОЦІНКИ ЕКОСИСТЕМНОГО РИЗИКУ МОРЯ

Як впливає із рівняння 1.1 для моделювання прогнозних оцінок математичного очікування екосистемного ризику необхідно здійснити диференціацією видів морських екосистем та екологічних послуг тобто:

- оцінити ймовірність втрати стійкості  $i$ -тої екосистеми, що призвела до зниження вартості  $j$ -тої екопослуги;
- оцінити ймовірність настання критичного стану  $i$ -тої екосистеми внаслідок втрати її стійкості;
- розрахувати збиток, спричинений втратою вартості  $j$ -тої морської екопослуги в  $i$ -тій екосистемі.

Одним із способів отримання ймовірнісних характеристик рівняння 1.1 є складання алгоритмів та рішення стохастичних диференціальних рівнянь зі стрибком, записаних у формі Іто [50], [51], [52], [53]. Для отримання оцінок стійкості та відповідних ризиків найбільш раціонально застосування сценарного підходу з використанням методів машинного навчання (МН). Блок-схема, яка охоплює основні етапи підготовки даних, вибор математичних моделей та прогнозування стану екосистем на базі динамічного чи параметричного підходу до побудови і аналізу фазових портретів, оцінок ймовірностей втрати стійкості екосистем, їх критичних станів та відповідних збитків, представлена на рисунку 1.

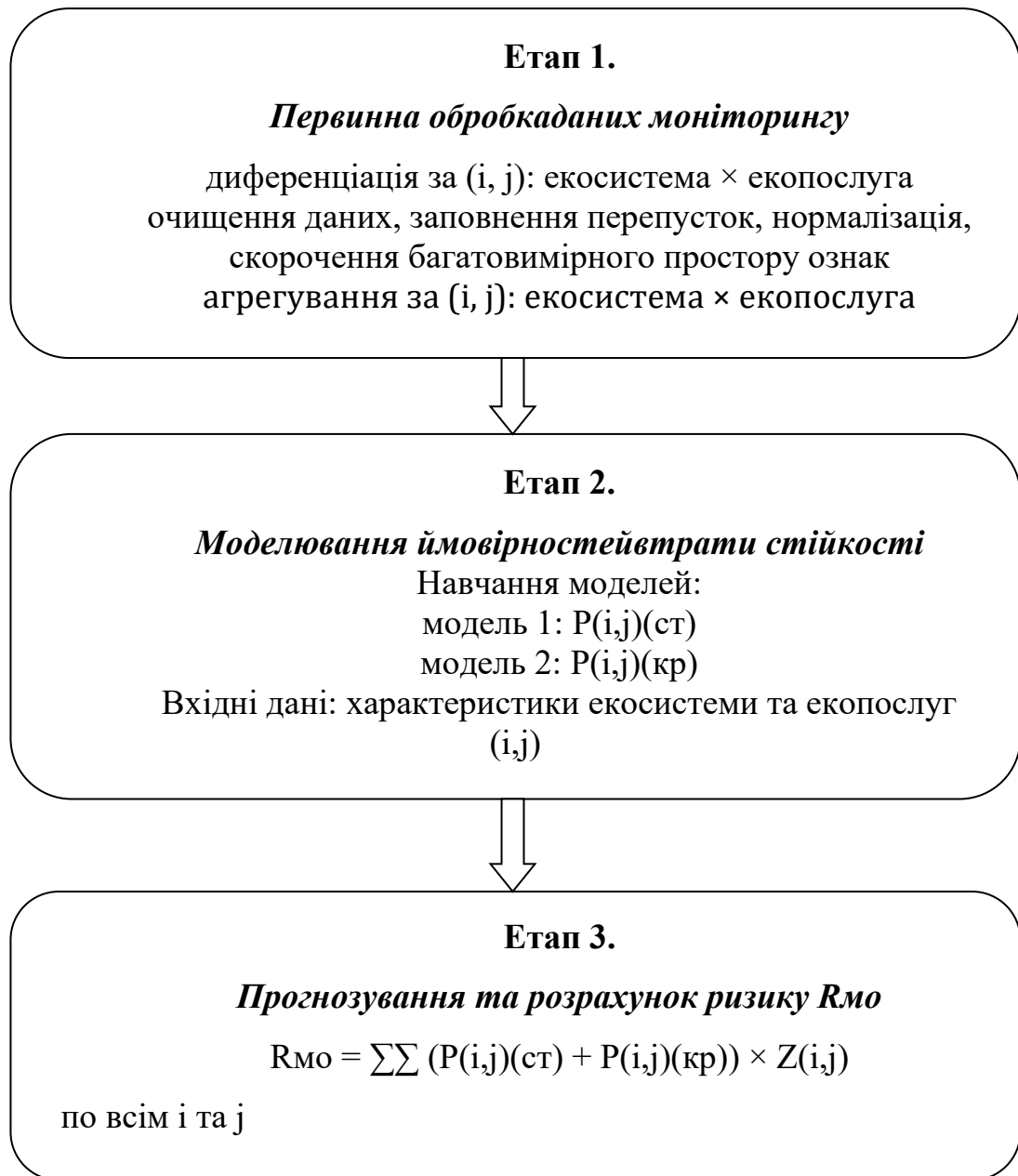


Рисунок 2.1 - Графічна схема (структура) машинного навчання для розрахунку R<sub>мо</sub>

## 2.1 Первинна обробка даних результатів моніторингу морських екосистем (Етап 1)

Під час моніторингу морських екосистем реєструють набір фізичних, хімічних і біологічних показників, зокрема солоність, температуру та щільність морської води, концентрацію розчинених газів і біогенних речовин,

pH та інші параметри якості водного середовища. Також вимірюються параметри забруднення морського середовища та основні компоненти біоценозу. Усього кількість параметрів, що вимірюються в одній лише експедиції, може доходити до 20-30, причому їх вимірювання проводиться в 100-500 точках контролю (гідрологічних станціях і горизонтах спостережень). Успішне вирішення завдань оцінки стану морського середовища її стійкості у подібних багатовимірних масивах неможливе без отримання якісної первинної інформації, вільної від грубих помилок та аномальних спостережень.

Завдання первинної обробки даних полягає в аналізі часових рядів показників для окремих станцій або просторових комірок (квадратів сітки) з ідентифікацією викидів (аномальних значень), тобто спостережень, що істотно відхиляються від типового діапазону для відповідного місяця або сезону. Подібними викидами можуть бути помилки внесення даних (дані виключаються з масиву). Також до категорії викидів можуть бути віднесені і спостереження, частота появи яких виявляється вкрай низькою (такі дані слід вважати аномальними).

Для проведення контролю якості даних задають часові та просторові інтервали агрегування (угруповання) даних. Для оцінки оптимальних розмірів квадратів або трапецій морських акваторій використовуються горизонтальний та вертикальний градієнти, характерна часова мінливість параметра, щільність даних на одиницю площі. Так, розміри квадратів, що рекомендуються, коливаються від 0,5x0,5 до 1x1 градусів, а тимчасові інтервали - від місяця до сезону. Використовуються також і експертні оцінки, засновані на апріорній інформації про гідрологічні особливості районів моря та побудовані раніше карти.

За наявності апріорної інформації про океанографічні фронти, течії, зони конвергенції та дивергенції, стаціонарних вихорів, а також різноманітних неоднорідностей вибір квадратів узагальнення може проводитися експертним шляхом. Фактично завдання зводиться до оцінки однорідності водних мас за основними океанографічними параметрами (солоністю і температурою

води). Для контролю якості даних моніторингу застосовуються статистичні методи, зокрема кuartильний аналіз, з попередньою оцінкою однорідностей у характері розподілу полів основних параметрів екосистем.

Доказова база для оцінки екосистемних ризиків у складних умовах (у т.ч. за обмеженої доступності моніторингу) повинна формуватися через поєднання інструментальних даних, модельних продуктів та дистанційних/публічних джерел із прозорими правилами QA/QC і трасованістю. Практичне значення такого підходу підтверджується аналізом наслідків руйнування Каховської ГЕС, де для коректної інтерпретації екологічних ефектів необхідним є одночасне врахування гідрологічних, гідрофізичних і біогеохімічних механізмів, а також просторово-часової еволюції забруднених/опріснених водних мас [54]. Зокрема, сценарне моделювання розповсюдження опріснених і забруднених перехідних вод після руйнування дамби показало специфіку дисперсії та потенційні зони підвищеного ризику для північно-західної частини Чорного моря, що може бути безпосередньо використано як “сценарій впливу” у розрахункових модулях оцінки ризику [55]. У межах загальної методології доцільно розглядати такі події як системні збурення, що різко змінюють режимні характеристики середовища, і поєднувати дані про довгострокову природну мінливість (термічний режим, рівень моря) з короткочасними кризовими зсувами для розділення “фону” і “інцидентної складової” ризику [56]. Це підвищує відтворюваність і доказовість оцінки та покращує переносимість методики на різні акваторії й типи впливів [18,19].

На етапі попереднього аналізу оцінюються властивості розподілу характеристики, насамперед його симетричності. Критерієм служить асиметрія розподілу, що визначається за допомогою кuartилів функції розподілу у 25,50 та 75% випадків. Відомості про кuartилі використовуються при контролі якості даних. При цьому вважається, що всі значення, що виходять за межі цих бар'єрів, визнаються недостовірними і виключаються з масиву даних. Після виключення недостовірних значень розрахунок кuartилів та бар'єрів провадиться повторно. Основною умовою застосуванням контролю

даних методу бар'єрів є умова однорідності поля аналізованої характеристики в межах виділеного квадрата.

З метою виявлення грубих помилок та аномальних спостережень у масивах первинної інформації в УкрНЦЕМ було розроблено метод контролю якості, вільний від попередніх припущень про вид та параметри функцій розподілів, наявність серіальної кореляції тощо [57]. При цьому лише передбачається, що основна маса даних виміряна з достатньою точністю і не є помилковою. Застосування такої методології ефективно коли сформовано матрицю «об'єкт-ознака» виміряних в експедиції параметрів моря (без пропусків спостережень у стовпцях матриці). Суть методу полягає в скороченні багатовимірного простору та проектування скупчення об'єктів (результатів комплексу спостережень, отриманих на кожній гідрологічній станції кожного горизонту) у простір нових узагальнених змінних, завдання в порога аномальності, що дає змогу ідентифікувати «центр тяжкості» сукупності даних. Подібна методологія рекомендована в [58].

Візуалізація взаємного розташування об'єктів у багатовимірному просторі ознак здійснюється за допомогою цілеспрямованого лінійного проектування на напрямок головних компонент кореляційної матриці.

Оскільки під час моніторингу морських екосистем вимірюються параметри, які представлені у різних одиницях, необхідно привести їх до єдиного діапазону через відношення значень ознак до певної величини, тобто провести нормування (єдиного масштабу), що відображає певні властивості конкретної ознаки [54]. Фактично нормування є перехід до деякого одноманітного опису всіх ознак, введення нової умовної одиниці виміру, що допускає формальне зіставлення об'єктів.

Для вирішення поставлених завдань найбільш прийнятною є наступна нормалізація даних моніторингу:

$$z_i = (x_i - \mu) / \sigma \quad (2.1)$$

де  $z_i$ - нормалізоване значення параметра;

$\mu$  - середнє значення параметра  $x_i$ ;

$\sigma$  - стандартне відхилення.

$$z_i = (x_i - \mu) / (x_{\max} - x_{\min}) \quad (2.2)$$

де  $x_{\max} - x_{\min}$  - розмах параметра даних.

$$z_i = (x_i - \text{median}(x)) / \text{IQR} \quad (2.3)$$

де  $\text{median}(x)$  - медіана статистичних розподілів параметрів  $x_i$ ;

$\text{IQR}$  - інтерквартильний розмах (різниця між 75-м та 25-м процентилями).

Нормалізація (рівняння 2.1) забезпечує порівнюваність ознак, вимірених у різних одиницях і масштабах; припущення нормальності розподілу не є обов'язковим, однак важливе для інтерпретації Z-оцінок. Нормалізація (рівняння 2.2) дуже чутлива до викидів, її слід застосовувати лише після очищення даних. Нормалізація (рівняння 2.3) стійка до викидів та також застосовна за наявності сильно зміщених чи несиметричних розподілів.

Алгоритм методу критконтролю полягає у такому:

крок 1 - обчислюються оцінки векторів середніх  $j$ -тих параметрів ( $j=1, m$ ), проводиться центрування  $k$ -тих значень ( $k=1, n$ )  $j$ -тих параметрів та їх нормування;

крок 2 - формується матриця центрованих і нормованих даних, розраховується стандартні відхилення  $j$ -тих параметрів;

крок 3 - обчислюються власні значення та власні вектори матриці кореляцій (обчислення є ітеративною процедурою діагоналізації матриці). Для цього використовується ряд ортогональних перетворень, що дозволяють перетворити (методом Якобі) вихідну матрицю в діагональну, власні значення якої розташовуються на її головній діагоналі;

крок 4 - обчислюються координати проєкцій станів об'єктів на напрямок компонент матриці;

крок 5 - визначаються відстані кожного об'єкта до центру ваги всіх об'єктів у просторі головних компонент. Для розрахунку відстаней використовується евклідова метрика;

крок 6 - визначається середня відстань, обчислюються порогові значення для кожного об'єкта, як відношення їх відстаней до середньої відстані, формується масив для ідентифікації об'єктів за значеннями порогів, чисельні значення порогів ранжуються;

крок 7 - у діалоговому режимі виконується запит про критичне значення порога аномальності. Після аналізу ранжованих значень порогів вводиться значення критичного порога, об'єкти, що мають пороги, рівні або більше введеного порога вважаються аномальними;

крок 8 - здійснюється виведення на монітор діаграми розсіювання об'єктів у просторі головних компонент, ідентифікуються аномальні об'єкти.

## 2.2 Скорочення розмірності багатовимірних даних екологічного моніторингу (Етап 1)

Зниження розмірності багатовимірних даних виконують як етап передмодельної підготовки після очищення та масштабування. Мета процедури - зменшити ризик перенавчання, підвищити стійкість оцінок і забезпечити інтерпретованість подальшого аналізу фазових траєкторій. Стиснений простір ознак використовують для побудови фазових портретів, оцінювання ознак наближення до втрати стійкості та виявлення потенційних точок біфуркації методами машинного навчання. Генерацію штучних даних для сценарних розрахунків доцільно виконувати на стиснених змінних із застосуванням планів математичного планування експериментів [60], [61], [62], які задають керовані комбінації факторів і зменшують дисперсію оцінок.

Найпростішим методом зниження розмірності є відбір та відсіювання неінформативних змінних (вимірних параметрів), що використовуються для формування матриці «об'єкт-ознака», необхідної для опису поведінки динамічної системи. До такого методу можна віднести метод порогового відхилення (Variance Threshold), простий спосіб вибору змінних, коли відкидаються ознаки, з дисперсією яка не перевищує заданого значення якогось порога. До параметрів, які не доцільно включати в матрицю «об'єкт-ознака», можна віднести і ті параметри, що володіють незначною дисперсією без ознак стрибкоподібної зміни.

Найпоширенішим способом скорочення розмірності є лінійне перетворення сукупності даних, до якого належить метод головних компонент PCA, який застосовується для зменшення розмірності даних, знижуючи втрату інформації зменшення розмірності. Однак PCA використовується для даних з лінійними залежностями, створюючи незалежні комбінації нових змінних у вигляді власних векторів квадратних матриць центрованих і нормованих даних. Слід зазначити, що PCA добре поєднується з кластеризацією даних, що одночасно служить для перевірки його застосовності для зниження розмірності. В основі методу лежить ідея знаходження ортогональних напрямків (головних компонентів), вздовж яких дані мають найбільшу дисперсію. В основі PCA лежить побудова ортогональних напрямків (головних компонент), уздовж яких пояснюється найбільша частка дисперсії даних. Для задач, у яких ключовою є саме кластерна відокремлюваність у вихідному просторі, PCA може бути недостатнім, оскільки є лінійним перетворенням і не гарантує розділення кластерів. Практичним критерієм вибору числа компонент є наявність “перелому” на графіку власних значень кореляційної або коваріаційної матриці. PCA є стандартним методом зменшення розмірності та виокремлення провідних напрямків мінливості зі збереженням найбільш інформативних компонент. Для даних із нелінійною структурою застосовують нелінійні модифікації, зокрема t-SNE та Kernel PCA.

Крім базової реалізації, існують варіації PCA методу для скорочення розмірності нелінійних об'єктів, такі як t-SNE і Kernel PCA.

Так, t-SNE (t-distributed Stochastic Neighbor Embedding) є методом зниження розмірності та візуалізації даних, який дозволяє зберегти локальні структури даних і виявляти нелінійні залежності. Основна ідея методу полягає у перетворенні схожих вихідних даних у вихідному просторі, щоб і в скороченому вигляді ці об'єкти зберігали свою схожість, тому метод застосовують переважно для візуалізації локальної структури даних і нелінійних співвідношень у низьковимірному представленні. Методика t-SNE дозволяє побудувати розподіл ймовірностей для цільового простору, щоб об'єкти, які близькі у вихідному просторі мали високі ймовірності бути близькими і в зниженому просторі. Це досягається шляхом оптимізації функції Кульбака-Лейблера між розподілом ймовірностей  $P$  і  $Q$ , яка широко використовується в машинному навчанні. Обмеженням t-SNE є чутливість до ініціалізації та гіперпараметрів, що може зумовлювати відмінності результатів між повторними запусками на тих самих даних.

Kernel PCA (kernel principal component analysis) - метод зниження розмірності, який узагальнює класичний PCA за рахунок використання ядрових перетворень. На відміну від стандартного PCA, що працює у вхідному просторі, Kernel PCA відображає дані у простір ознак вищої розмірності за допомогою функції ядра, після чого виконує лінійне зниження розмірності в цьому просторі. Це перетворення дозволяє ідентифікувати складні шаблони та структури даних, які не виявляються лінійними методами у вихідному просторі. Використовуючи функції ядра, Kernel PCA ефективно вловлює нелінійні залежності.

При порівнянні Kernel PCA з традиційним PCA найбільш істотна різниця полягає в їхній здатності захоплювати структури даних. Традиційний PCA обмежений лінійними перетвореннями, що робить його придатним для лінійних даних. Навпаки, Kernel PCA може розкривати складні нелінійні зв'язки з допомогою функцій ядра. Ця відмінність робить Kernel PCA

придатним для випадків, коли у даних присутні суттєві нелінійні закономірності, тоді як РСА адекватний переважно для лінійно структурованих даних.

Реалізацію Kernel РСА виконують із використанням програмних бібліотек машинного навчання. Такі бібліотеки, як scikit-learn у мові програмування Python, надають вбудовані функції для Kernel РСА, дозволяючи застосовувати цю техніку до наборів даних у машинному навчанні. Процедура застосування включає вибір функції ядра, налаштування гіперпараметрів і навчання моделі на даних [63], [64]. Після навчання моделі можна перетворювати дані у простір меншої розмірності, що спрощує подальший аналіз і візуалізацію.

### 2.3 Моделювання ймовірностей втрати стійкості морських екосистем (Етап 2)

Ключовим питанням оцінки морських екосистемних ризиків є оцінка ймовірностей втрати стійкості морських екосистем. Відповідно до класичного уявлення стійкості екосистем (здатності зберігатися в рамках певних меж станів) [65], а також враховуючи подальший розвиток поняття стійкості з погляду кібернетичного підходу і самоорганізації, поведінку динамічних систем слід оцінювати аналізуючи їх фазові простори [66]. Фазовий простір є математичною моделлю, де кожен стан системи відображається у вигляді точки, яка фіксує конкретний стан системи, що співвідносна з її змінними. Фазова траєкторія демонструє зміну стану системи у часі, описуючи шлях, який проходить фазова точка. [67].

Для морських екосистем фазовий простір - це множина можливих станів системи, заданих значеннями гідрологічних, гідрохімічних та біологічних змінних; у цьому просторі атрактори відповідають стійким режимам (станам рівноваги або квазістійким режимам) екосистеми. Причому вихід за межі

стійкості може призвести до критичного або деградованого стану. Відображенням траєкторій, що проходять динамічною системою у фазовому просторі є фазовий портрет, візуалізуючи у взаємозалежних двовірних чи тривірних координатах конкретні стани на безлічі станів екосистеми без побудови математичної моделі та розв'язання диференціальних рівнянь.

Використання ж сценарного підходу необхідне для пошуку значень параметрів у яких матиме місце втрата стійкості станів морських екосистем. Суть такого підходу полягає у симуляції фазових портретів, заснованому на машинному навчанні. Для цієї мети необхідно мати математичний опис фазового портрета, побудованого на даних морського моніторингу.

У детермінованих системах фазовий портрет, його математична модель, це геометричне уявлення у фазовому просторі, де траєкторії повністю визначаються початковими умовами. У стохастичних системах, якими є морські екосистеми, в рівняннях додається випадкова (шумова) компонента, де одна і та ж точка може породжувати різні траєкторії, які стають реалізаціями випадкового процесу, а не однозначними лініями.

Розв'язання рівнянь з випадковою компонентою, у яких замість окремих фазових траєкторій аналізують щільність ймовірностей у фазовому просторі [68], суттєво ускладнює інтерпретацію фазового портрета та потребує формалізованих статистичних критеріїв для опису режимів і переходів. Фактично, фазовий портрет не є траєкторіями, а є хмарою ймовірностей траєкторій, тобто фазового портрета для стохастичних диференціальних рівнянь у класичному поданні не існує, оскільки його траєкторії не передбачувані. Однак можна розглядати середню поведінку полів стохастичних потоків, їх статистичні властивості, щільність ймовірностей, які дають загальне уявлення про динаміку системи. Розглядаючи усереднені траєкторії або математичне очікування  $E[x(t)]$ , можна отримати спрощений фазовий портрет.

Опис фазових траєкторій за допомогою стохастичних диференціальних рівнянь у формі  $I_{to}$  зі стрибком СДУ у зниженому просторі станів (гібридна

модель) на базі PCA представлений у [69], [70]. Так гібритна модель СДУ Іто зі стрибками ((jump-diffusion SDE) має вигляд:

$$dX_t = f(X_t) dt + \sigma dW_t + J_t dN_t, \quad (2.4)$$

де  $X_t$  - стан системи (вектор після зниження розмірності PCA/kPCA/t-SNE);

$f(X_t)$  - детермінований дрейф, апроксимується регресією через KNeighborsRegressor за емпіричними градієнтами даних спостережень;

$\sigma$  - стандартне відхилення випадкових коливань довкола детермінованого поля швидкостей (інтенсивність гаусівського шуму);

$\sigma dW_t$  - гаусівський шум, де  $dW_t \sim N(0, dt)$  стандартний вінерівський процес, додає нормальний шум у кожную координату стиснутого простору;

$J_t dN_t$  - стрибковий процес, де  $N_t$  - пуасонівський процес з інтенсивністю  $\lambda$ , а  $J_t$  - випадкова амплітуда стрибка;

$\lambda$  - частота великих різких змін, що перевищують шум.

Оскільки класичні траєкторії фазового портрета не визначені, їх поведінка недетермінована і дискретно розривається, тому може бути використана стаціонарна або перехідна щільність станів, що є узагальненням фазового портрета. При використанні PCA в нових координатах ( $k$ -мірному просторі  $k \ll n$ ) будуються аналоги фазових портретів в головних компонентах. При використанні інших методів зниження мірності можлива побудова середніх траєкторій, густини ймовірностей, а також ймовірнісних потоків.

Для математичного опису фазового портрета, заданого стохастичним диференціальним рівнянням зі стрибками, при використанні PCA та машинного навчання застосовується єдиний алгоритмічний ланцюжок «дані  $\rightarrow$  стиснення  $\rightarrow$  ідентифікація динаміки  $\rightarrow$  генерація ансамблю  $\rightarrow$  критерії нестійкості  $\rightarrow$  інтерпретація у вихідних змінних». PCA використовується як обов'язковий етап зменшення розмірності центрованих і нормованих даних із переходом до  $k$ -вимірного простору головних компонент ( $k \ll n$ ). Далі

здійснюється ідентифікація динаміки у стислому просторі координат одним із двох узгоджених варіантів: параметрична SDE-модель (оцінювання дрейфу та дифузії), або data-driven модель дрейфу (та за потреби дифузії) на основі MLP чи Gaussian Process, навчена на парах спостережень  $\{x(t), x(t+\Delta t)\}$  [71, 72]. Після ідентифікації динаміки формується ансамбль траєкторій  $x(t)$  шляхом чисельного інтегрування SDE за схемою Euler-Maruyama на часовому кроці  $\Delta t$ , який приймається рівним кроку дискретизації вихідного часового ряду (або дробиться на підкроки  $\Delta t/m$  для чисельної стійкості). Стрибки моделюються як дискретні імпульси, що додаються до  $x(t)$  у моменти реалізації рідкісних подій; інтенсивність стрибків та розподіл їх амплітуд оцінюються з даних за залишками моделі і використовуються при генерації ансамблю. В ансамблі фазових портретів нестійкі реалізації визначаються за формалізованим критерієм як траєкторії, що виходять за межі області притягання/перетинають заданий поріг стійкості у стислому просторі або демонструють перевищення порога «аномальності» (наприклад, за помилкою реконструкції чи локальною розрідженістю). Після цього умови втрати стійкості інтерпретуються через реконструкцію зі стислого подання до відновлених значень вихідних параметрів.

#### 2.4 Моделювання ймовірностей появи критичних станів морських екосистем (Етап 2)

Критичний стан морської екосистеми може реалізуватися як стрибкоподібний перехід між альтернативними стійкими режимами за малої зміни параметрів (що є релевантним в умовах воєнних впливів). Методологія оцінки ймовірності критичного стану базується на теорії катастроф, яка дає можливість досліджувати стрибкоподібні зміни процесів [73]. Раптова втрата стійкості, що відповідає хаотизації динаміки, можемо відбутися при впливі на систему навіть малих випадкових збурень типу білого шуму. Фізична природа

виникнення цього ефекту - нестійкість траєкторій системи в фазовому просторі. Такі ефекти можуть проявлятися у вигляді «хаотичних» (дивних) атракторів, які є вкрай чутливими до зміни початкових умов, що призводить до значної розбіжності близьких один до одного траєкторій. Дослідження появи та властивостей «дивних атракторів» спирається на аналітико-чисельні методи та використання динамічних рівнянь у фазовому просторі.

Критичні стани морських екосистем часто пов'язані з біфуркаціями, тобто з точками, в яких система переходить із одного стійкого стану до іншого [74]. Подібні переходи це не просто плавні зміни, а різкі зрушення в стані екосистеми, які часто незворотні в рамках тривалих масштабів часу. У теорії динамічних систем біфуркація є якісною зміною поведінки системи при плавній або стрибкоподібній зміні одного або декількох параметрів. Коли зовнішні фактори (температура морської води, рівень закислення морської води або інші параметри) досягають порогового значення, екосистема раптово може перейти в інший стан, що є біфуркацією.

Імовірність появи біфуркації в морських екосистемах оцінюється за допомогою моделювання поведінки динамічних систем, аналізу стійкості та чисельних експериментів із фазовими портретами, що призводить до наступних кроків:

- після стиснення багатовимірного простору ознак, отриманих під час моніторингу, будується параметричний фазовий портрет стану морського середовища у просторі ортогональних змінних стиснутого простору;
- проводиться апроксимація фазових траєкторій стохастичним диференціальним рівнянням, або їх аналогами;
- відповідно до факторного плану змінюють значення параметрів, що характеризують стан моря; для кожного набору параметрів виконують моделювання поведінки системи та будують фазові портрети;
- оцінюється межа стійких режимів фазового простору, виявляються стаціонарні точки та стійкі атрактори;

- в отримане стохастичне рівняння додається параметр, що визначає появу стрибків в поведінці динамічної системи;
- імітується безліч траєкторій за різних значень параметрів морського середовища, будуються фазові портрети;
- для кожної траєкторії виявляються межі перетину стійких станів та появи біфуркацій;
- проводиться оцінка ймовірностей появи біфуркацій за формулою  $P_{\text{bif}} \approx N_{\text{bif}} / N$  (де  $N$  - кількість моделювань станів системи,  $N_{\text{bif}}$  - кількість появи біфуркацій).

## 2.5 Оцінка та прогнозування екосистемних ризиків моря. Етап 3

Для динамічних процесів ризик доцільно інтерпретувати як імовірність виходу системи зі “безпечної” області станів (басейну стійкості) та/або як математичне очікування збитків за множиною сценаріїв. Відстань між фазовими траєкторіями може використовуватися як індикатор (метрика) ступеня відхилення від референтного режиму, але сама по собі не підміняє імовірісно-наслідкове визначення ризику. У цьому випадку порівняння розбіжностей траєкторій може бути оцінене як імовірнісна міра екологічного ризику, тобто фактично ризик може розглядатися як характеристика несприятливого результату в умовах невизначеності.

Методологія кількісної оцінки ризику базується на поєднанні оцінювання ймовірності настання несприятливих подій/станів та оцінювання очікуваних наслідків (збитків) від їх реалізації.

У прикладних оцінках екосистемний ризик визначають як математичне очікування збитків: для дискретної події - як добуток імовірності її настання на величину збитку, а для множини сценаріїв - як суму (або інтеграл) за сценаріями з урахуванням їх імовірностей та наслідків [75]. Також екосистемні ризики можна визначити як ризики економічних втрат або шкоди, завданої

погіршенням стану навколишнього середовища, як екосистемам так і екосистемним послугам.

Для кількісної оцінки екосистемного ризику з урахуванням інтенсивності впливу на морські екосистемні послуги в рівняння 1.1 слід додати величину інтенсивності негативного впливу, виражену в бальних оцінках (від 1 до 10), а також ваговий коефіцієнт значимості  $i$ -тої екопослуги та втрати або деградації цієї послуги (у частках або балах).

### 3 АПРОБАЦІЯ АЛГОРИТМУ ОЦІНКИ СТІЙКОСТІ МОРСЬКИХ ЕКОСИСТЕМ

Апробацію методики оцінки стійкості морських екосистем проведено на спостереженнях за станом евтрофованості морських вод пляжу Аркадія в Одесі за 2009-2018 роки, що забезпечує культурні екопослуги. Вибір типу такого забруднення, для апробації методики оцінки екосистемних ризиків, обумовлено адекватним його проявом під час проведення військових дій. Відбір проб у морських водах біогенних речовин здійснювався на нульовому горизонті в різні пори року. Результати спостережень наведено на сайті УкрНЦЕМ ([sea.gov.ua](http://sea.gov.ua)) та представлено у Додатку 1. Як видно з Додатку 1 спостереження являють собою прямокутну матрицю «об'єкт-ознака», де як «об'єкти» використані рядки матриці, а як «ознаки» виміряні концентрації біогенних речовин. Втім матриця складена таким чином, щоб тимчасові ряди ставилися до класу нерівномірно дискретизованих часових рядів, що характерно для моніторингових досліджень після проведення військових дій.

#### 3.1 Оцінка стійкості стану евтрофікації морської води на пляжі Аркадія

Аналіз стану евтрофікації та оцінку стійкості морської екосистеми виконано після зниження розмірності багатовимірних даних методом PCA та побудови проєкцій фазових траєкторій у координатах PC1-PC3 (рисунки 3.1 - 3.2). Відповідні коди (Python 3.13) стиснення багатовимірного простору ознак і побудови фазових портретів наведені в Додатку 3. Як видно з рисунків 3.1 і 3.2, поведінка динамічної системи представлена у вигляді атрактора з викидами, що визначають можливості появи біфуркацій, які в результаті ситуаційного розвитку, можуть призвести до критичних станів.

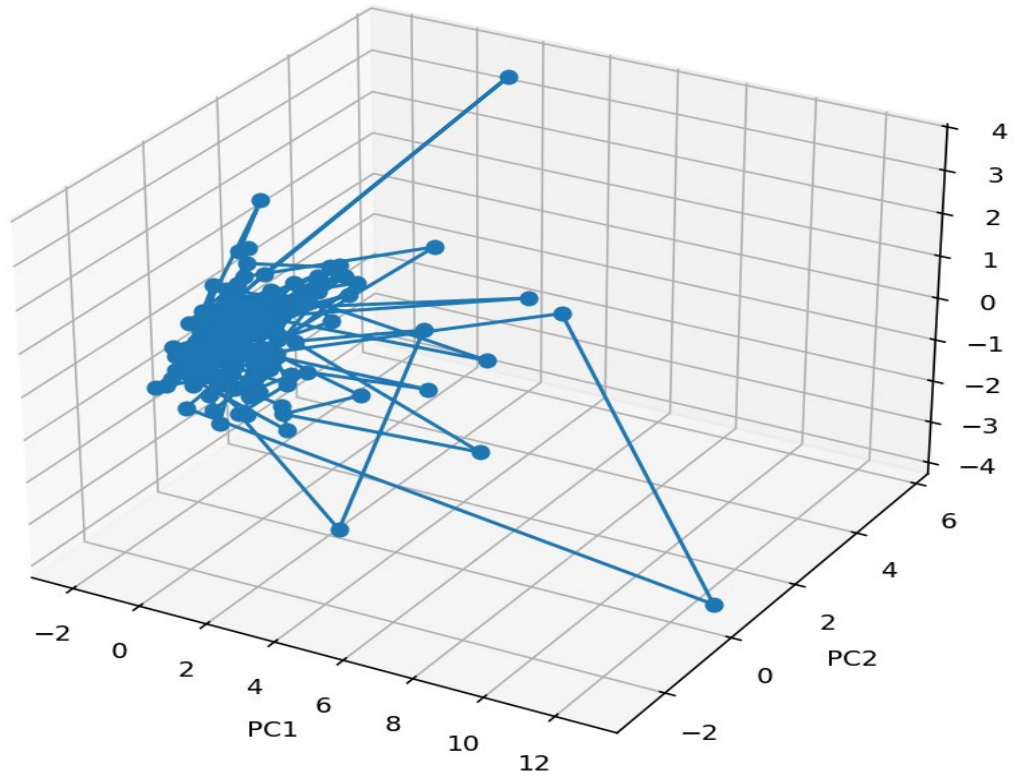


Рисунок 3.1 - Фазовий портрет евтрофованості морських вод пляжу Аркадія в просторі перших 3-х головних компонент

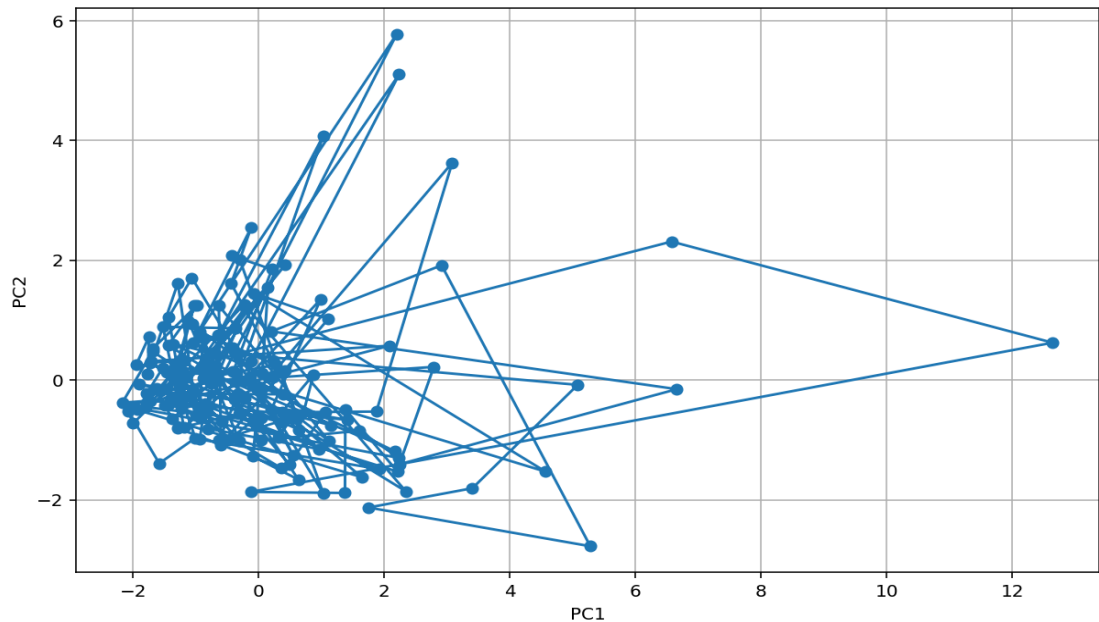


Рисунок 3.2 - Фазовий портрет евтрофованості морських вод пляжу Аркадія в просторі перших 2-х головних компонент

З метою статистичних оцінок нестійких станів евтрофікації на пляжі Аркадія, проведено побудову фазового портрета зі знаходженням особливої точки атрактора, як точки з мінімальною сумарною відстанню до всіх точок фазового портрета. Оскільки PCA є лінійним методом зниження розмірності (лінійним перетворенням ознак), для інтерпретації головних компонент у цьому прикладі використано набір показників, між якими спостерігаються статистично значущі лінійні зв'язки (оцінені коефіцієнтами кореляції Пірсона; таблиця 1.2, Додаток 1). Центровані і нормовані значення результатів моніторингу для 4-х параметрів, а також значення 3-х головних компонентів наведено в Додатку 2. Виділено три головні компоненти (власні числа кореляційної матриці об'єктів склали 3,509; 1,459; 0,957), частка поясненої дисперсії за компонентами складала 0,8; 0,183; 0,119, що пояснюють 74,06% загальної дисперсії.

В якості порогу для виявлення нестійкого стану об'єктів використаний критерій локальної густини, тобто для кожної точки розраховувалася середня відстань до  $k$  найближчих сусідів і якщо точка ізольована більш ніж середня  $+2\sigma$ , то об'єкт ідентифікувався як нестійкий стан (рисунок 3.3). Відповідні коди (Python 3.13) наведені в Додатку 4.1.

Оцінка ймовірності стійкості системи за таким фазовим портретом проводиться візуально за кількістю викидів, віднесених до загальної кількості спостережень. До точок ймовірних біфуркацій, що визначають стан евтрофованості морської води, віднесені спостереження за номерами 68; 85; 111; 130; 134; 135; 137; 138; 140; 1 ; 144.

Ймовірність появи нестійких станів становила 6,74%. Ймовірно у ці періоди року, відбувалося скидання в акваторію пляжу стічних вод з підвищеним вмістом біогенів. Однак, подальшого розвитку появи нестійких станів через короткочасність скидів не відбулося.

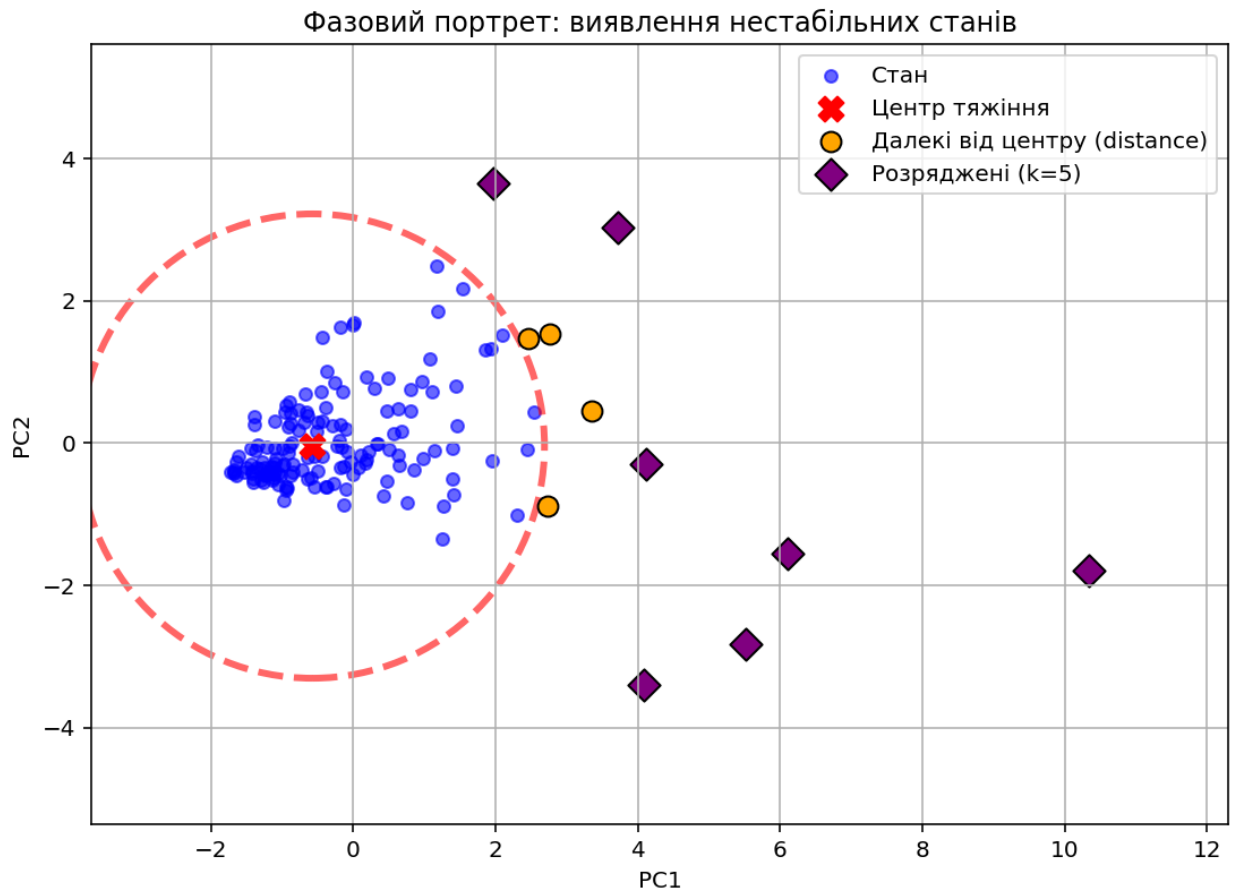


Рисунок 3.3 - Розподіл станів евтрофікації морській воді за змістом концентрації нітритів, нітратів, фосфатів та амонійного азоту за критерієм локальної щільності

З метою подальшого моделювання та прогнозу ймовірності станів евтрофікації за наявності короткочасних залпових скидів забруднюючих речовин з урахуванням концентрацій нітритів, нітратів, фосфатів та амонійного азоту проведено апроксимацію траєкторій фазового простору стохастичним диференціальним рівнянням зістрибком, яке описує різкі зміни у поведінці динамічних систем. Відповідний скрипт на Python 3.13 наведений у Додатку 4.

Алгоритм апроксимації фазової траєкторії полягав у такому:

- виконано зниження розмірності до 2D методом PCA та побудовано фазовий портрет;
- визначено “центр тяжіння” хмари точок як точку, що мінімізує сумарну відстань до всіх точок;

- позначаються «нестійкі» стани, для яких середня відстань до  $k$  найближчих сусідів перевищує порогове значення (середнє +  $2\sigma$ ) відносно центроїда атрактора;
- оцінюються параметри стохастичної моделі Іто з лінійним дрейфом (OU) та пуассонівськими стрибками ( $dX = K(\mu - X)dt + \Sigma\{1/2\} dW + J dN_t$ ).

Стохастична динаміка однієї траєкторії системи зі стрибком наведена на рисунку 3.4.

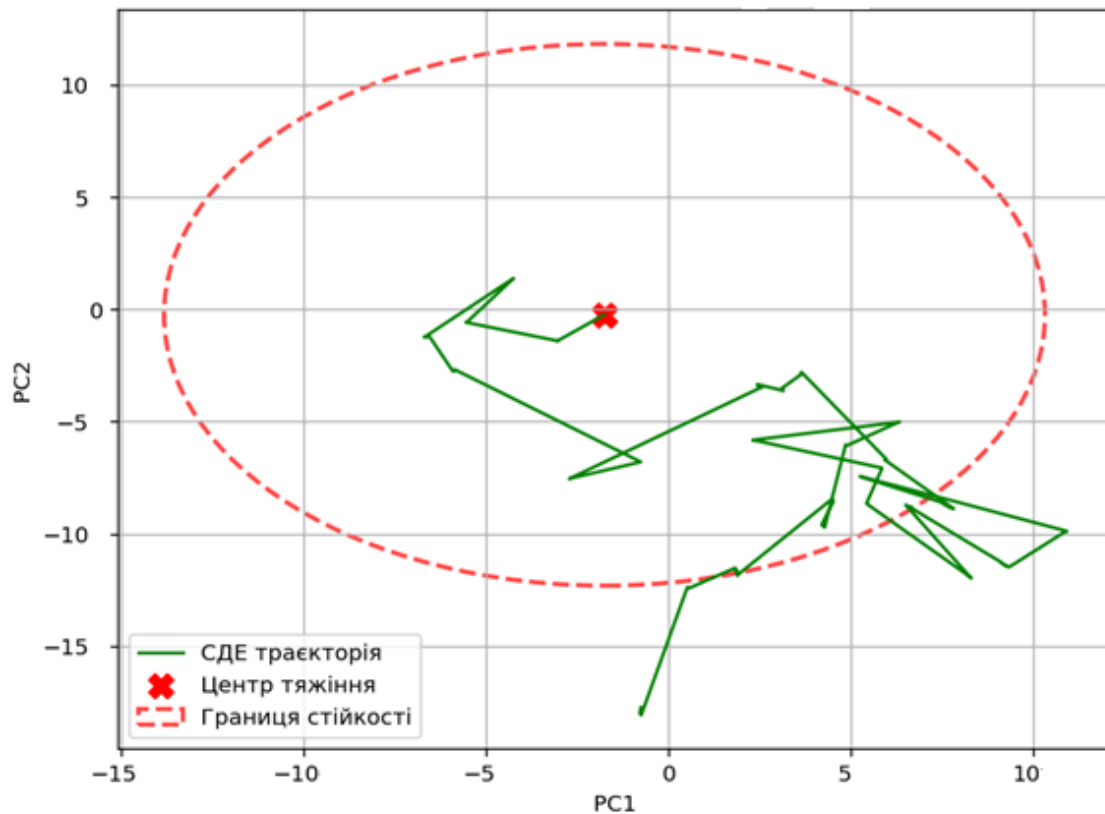


Рисунок 3.4 - Апроксимація траєкторії фазового простору за змістом у морській воді нітритів, нітратів, фосфатів та амонійного азоту стохастичним диференціальним рівнянням у формі Іто.

Результати моделювання для 5ти траєкторій фазового простору наведені на рисунку 3.5. Оцінка ймовірності виходу за межі стійкості системи зі стрибками склала 8,64% і без стрибків -0,0%. Це свідчить про деякий вплив залпових викидів на стан евтрофікації морської води.

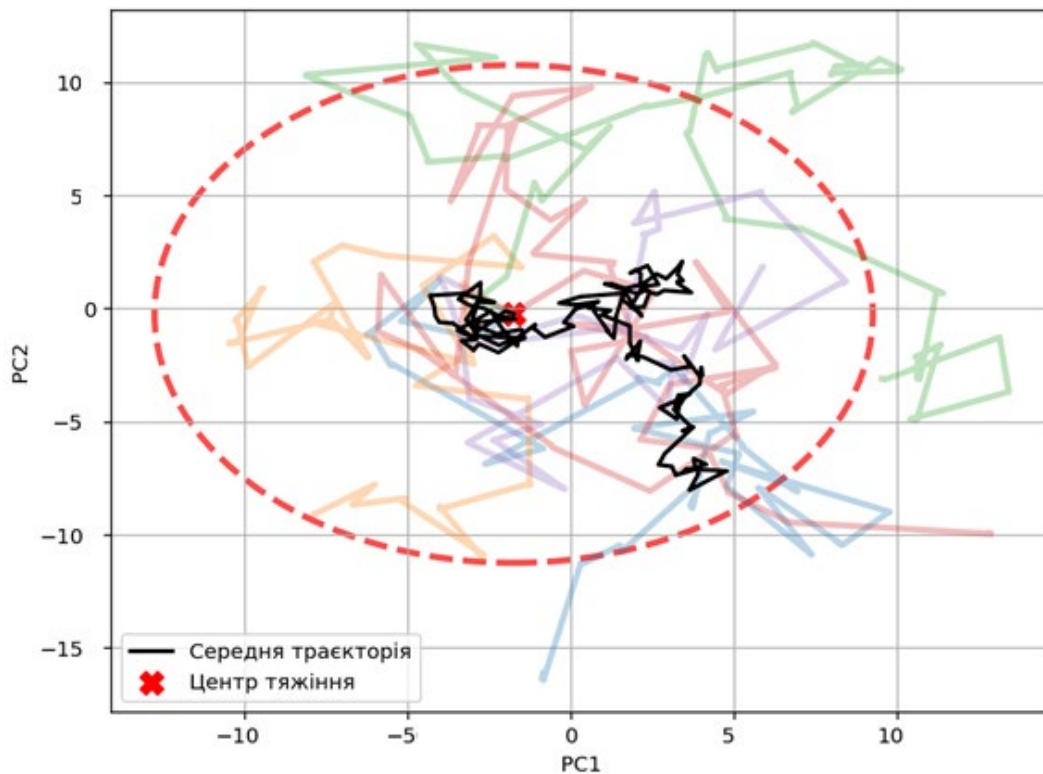


Рисунок 3.5 - Апроксимація середньої траєкторії для 5-ти траєкторії фазового простору за змістом у морській воді нітритів, нітратів, фосфатів та амонійного азоту стохастичним диференціальним рівнянням у формі Іто.

Для виявлення зон нестійкості для всіх параметрів нелінійної системи (таблиця 3.1 та Додаток 1) проведено стиснення багатовимірного простору та побудова фазових портретів за Kernel PCA методу, в якому, як ядрову функцію, використано ядро Гауса (RBF).

Kernel PCA або аналіз головних компонентів ядра це удосконалений метод зниження розмірності для нелінійних структур, який розширює класичний аналіз головних компонентів (PCA) за рахунок використання ядрової функції, яка неявно відображає вихідні точки  $x$  у новий простір  $\Phi(x)$  ознак (feature space) [76]. Однією з основних переваг Kernel PCA є його здатність ефективно обробляти нелінійні структури даних. Kernel PCA надає гнучку структуру, яка може адаптуватися до різних розподілів даних, а також зменшити розмірність набору даних, зберігаючи важливу інформацію, що спрощує візуалізацію та аналіз складних даних.

Використовуючи потужність функцій ядра, Kernel PCA може ефективно вловлювати нелінійні залежності.

У Kernel PCA об'єкти стають лінійно роздільними при нелінійності у вихідному просторі. Фактично, у Kernel PCA, обчислюється не  $\Phi(x)$ , а ядро матриця  $K_{ij}$ :

$$K_{ij} = k(x_i, x_j) = \langle \Phi(x_i), \Phi(x_j) \rangle, \quad (3.1)$$

де  $\langle \Phi(x_i), \Phi(x_j) \rangle$  - ядровий простір ознак.

Потім, проводиться обчислення основних компонентів у ядровому просторі, а не над вихідними даними. Якщо проста PCA знаходить лінійні осі у вихідному просторі, то Kernel PCA знаходить лінійні осі в прихованому нелінійному просторі, де дані вже розгорнуті ядром, тобто у ядровому просторі ознак.

Функції ядра відіграють вирішальну роль Kernel PCA, оскільки вони визначають відображення вхідного простору в багатовимірний простір ознак. Зазвичай використовувані функції ядра включають лінійне ядро, яке підходить для лінійних даних; поліноміальне ядро, що може фіксувати поліноміальні відносини; та ядро RBF, яке ефективно для фіксації локальних структур.

Kernel PCA включений до бібліотеки методів машинного навчання мови Python (scikit-learn), що надає вбудовані функції для Kernel PCA, що дає змогу застосовувати обробку та аналіз нелінійних наборів даних. Процес впровадження в scikit-learn включає вибір функції ядра, налаштування параметрів та підгонку моделі до вихідних даних.

Для виявлення зон нестійкості для всіх параметрів нелінійної системи евтрофікації (таблиця 3.1 та Додаток 1) проведено стиснення багатовимірного простору та побудову параметричних фазових портретів за допомогою Kernel PCA.

Фазовий портрет реалізації Kernel PCA в 3D координатах наведено на рисунку 3.6, а у 2D координатах на рисунку 3.7. До числа нестійких віднесені

об'єкти: 3; 36 ;37; 65; 68; 87; 93; 96; 111; 125; 126; 134; 135; 138; 140; 1 ; 144, дати відповідних об'єктів наведено у табл. (відповідні коди на Python 3.13 наведено у Додатку 4). Критерієм вибору нестабільних станів була низька локальна щільність об'єктів, що мають великий розкид відстаней до сусідів у ядерному просторі. Помилка реконструкції об'єктів (відстань між вихідною точкою та її наближеною реконструкцією), і навіть поріг нестабільності наведено на рисунку 3.7.

Слід врахувати, що помилка реконструкції в kPCA це відстань між вихідною точкою і її наближеною реконструкцією. Часто помилка реконструкції не така прямолінійна, як у лінійному PCA, і може бути досить великий для сильно нелінійних відображень. Як впливає з рисунку 3.7 найбільша помилка реконструкції відповідала об'єктам 125;126;134;135, що мають велику концентрацію біогенів, та вносить значну нелінійність масива даних. Загалом, ймовірність настання нестабільних станів евтрофікації становила 10,4%. Однак, як і у разі неповних даних з лінійною залежністю, для повного набору біогенних елементів їх викид, що породжує нестійкі стани, здебільшого, крім об'єкта 65, здійснювався наприкінці зимових періодів, що не призвело до появи біфуркацій.

Таблиця 3.1 - Дати та номери об'єктів, що потрапили до зони Нестабільності

Дата	Об'єкт нестійкості
26.03.2009	3
05.11.2009	36
11.11.2009	37
18.08.2010	65
03.03.2010	68
24.03.2010	87
13.04.2011	93
05.05.2011	96
26.01.2011	111
11.03.2011	125
16.03.2011	126
06.03.2013	134
14.03.2013	135
23.01.2014	138
06.02.2014	140
27.02.2014	1
23.04.2014	144

Фазовий портрет (Kernel PCA 3D)

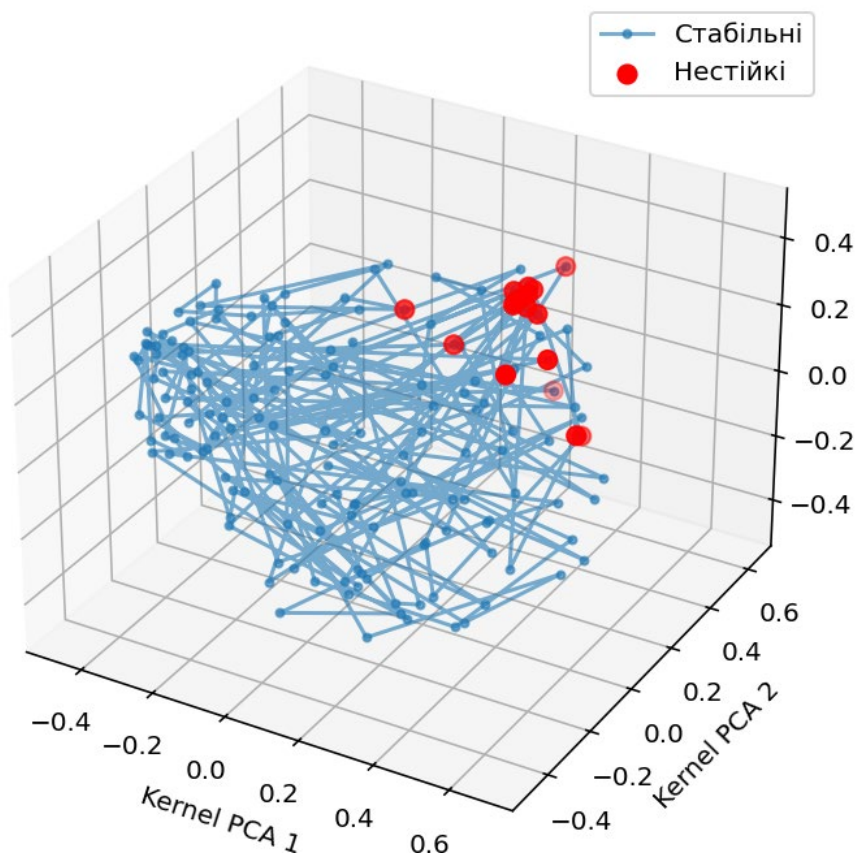


Рисунок 3.6 - Фазовий портрет евтрофованості морських вод пляжу Аркадія в просторі 3D координат Kernel PCA

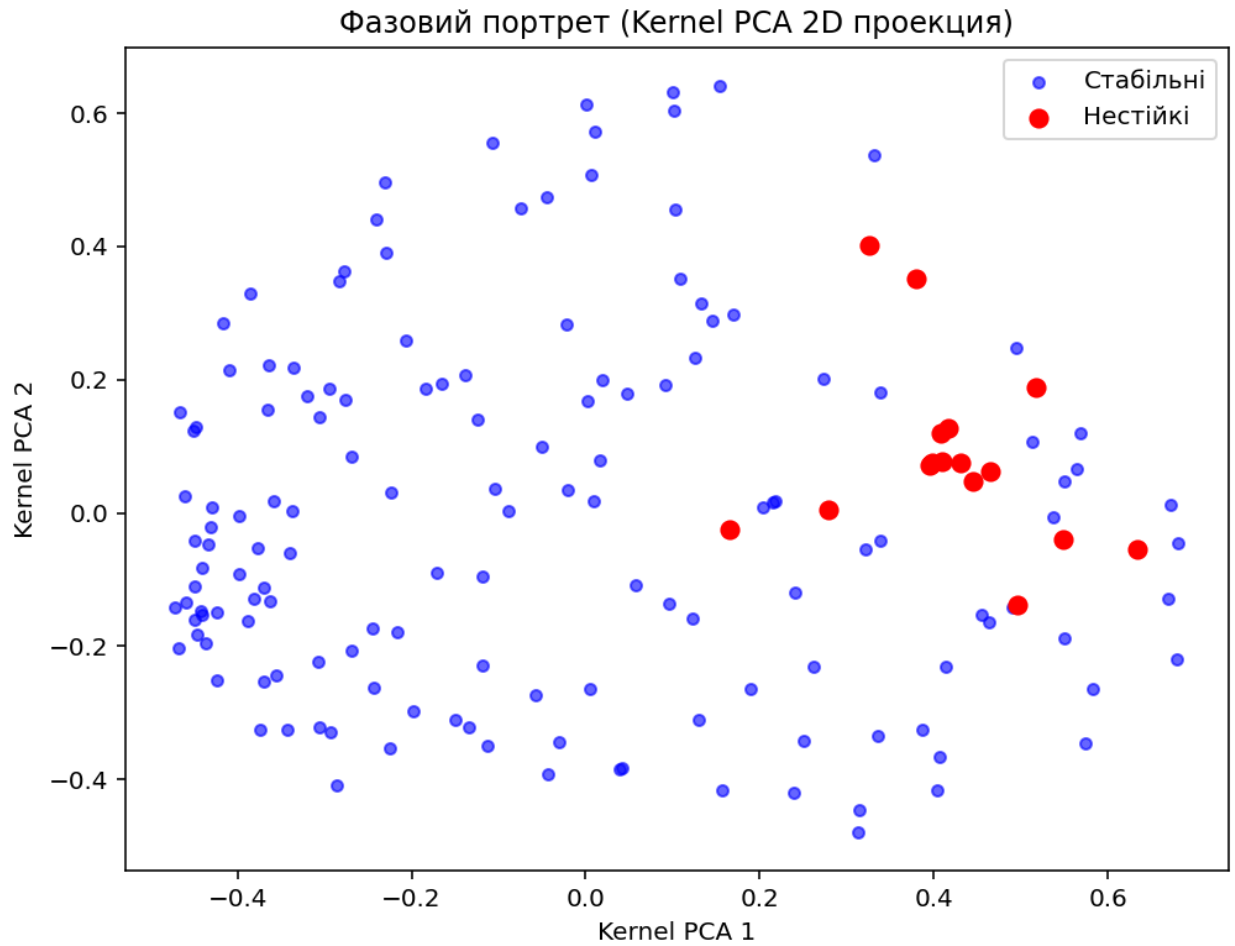


Рисунок 3.7- Фазовий портрет евтрофованості морських вод пляжу Аркадія в просторі 2D координат Kernel PCA

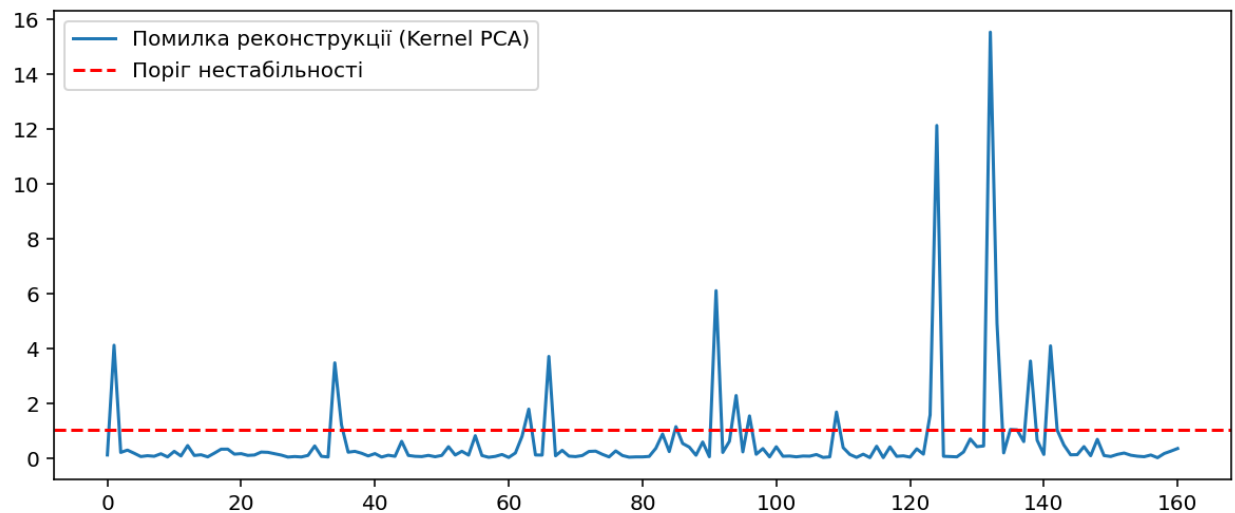


Рисунок 3.8 - Помилка реконструкції та поріг нестабільності об'єктів

З метою моделювання ймовірності станів евтрофікації за наявності короткочасних залпових скидів забруднюючих речовин, з урахуванням усіх концентрацій біогенних елементів, проведено апроксимацію 10-тизгенерованих траєкторій фазового простору стохастичним диференціальним рівнянням зі стрибком, що описує різкі зміни у поведінці динамічних систем.

Крім цього, з позицій теорії динамічних систем, оцінювалося стійкість і нестійкість рівноваг об'єктів. При стійкої рівновазі система прагне повернутися у вихідний стан після малих відхилень, тобто об'єкт перебуває у точці рівноваги та її стан не змінюється у часі. При нестійкої рівновазі, всі об'єкти, при найменших відхиленнях, залишають зону стабільності і при найменшому обуренні можуть опинитися в нерівноважному стані, що може призвести до появи біфуркації. Визначення зон стабільності проводилося шляхом перевірки власних значень якобіана (визначника матриці Якобі), у разі коли власні значення якобіана мали негативну дійсну частину, рівновага вважалася стабільною. При значенні хоча б одного власного значення якобіана з позитивною дійсною частиною, рівновага визнавалася нестабільною [77].

З метою оцінки можливих викидів біогенів, для десяти сгенерованих траєкторій, проведено моделювання змінності об'єктів (на базі даних Додатку 1) зі значеннями коефіцієнтів SDE  $\sigma=0.0$ ,  $\text{jump\_lambda}=0.02$ ,  $\text{jump\_scale}=0.25$ . Нульові значення  $\sigma$  обумовлені відсутністю повторних спостережень в аналізах вмісту біогенів у морській воді. Значення  $\text{jump\_lambda}=0.02$  визначає, що на кожному кроці SDE з ймовірністю 0,02 виникає скачок (за 30 кроків у середньому  $\sim 0,6$  скачок на траєкторію). При наявності скачка і значення  $\text{jump\_scale}=0.25$ , середня траєкторія поміщається в випадковому напрямку приблизно 0.25 в координатах стисненого простору.

Фазовий портрет згенерованих траєкторій в 3D координатах Kernel PCA наведено на рисунку 3.9, відповідний скрипт на Python 3.13 наведений у Додатку 6, де також відображені ймовірності тимчасового знаходження частки точок траєкторії P, що потрапили до зони нестабільності, тобто для

кожної траєкторії  $prob = hit\_count / n\_steps$ , це частка тимчасового знаходження точок траєкторії, що потрапили в цю область (fraction-of-time). Фактично це емпірична оцінка наскільки часто траєкторія виявилася поблизу нестабільної області, якщо система еволюціонує з шумом та рідкісними стрибками. Так, за наявності стрибків (в 10-ти сгенерованих траєкторій), середня частка точок знаходження у зоні нестабільності становила 22%, при 95% довірчому інтервалі (0.168, 0.687), що свідчить про короткочасність викидів на об'єктах, що потрапили до зони нестабільності. При цьому ймовірність потрапляння згенерованих траєкторій в область нестійкості при всіх  $p$  не рівних нулю, складе 100%, за середньої ймовірності 40%.

Слід зазначити, що після генерації інших траєкторій ці показники можуть бути дещо іншими. Як впливає з рисунку 3.9 у нестійку рівновагу могли попасти об'єкти, що знаходяться в нестабільному стані, траєкторії яких совпали з згенерованими траєкторіями зі стрибком, причому при подальшому збільшенні вмісту в морській воді біогенів і при наявності стрибка (короткочасних залпових скидів забруднених речовин), ці об'єкти, що потрапляють в нерівноважний стан, можуть виявитися в зоні біфуркацій.

Векторне поле, що являє собою відновлену функцію  $dZ/dt=F(Z)$ , яке показує напрямок та швидкість руху в кожній точці нелінійного фазового простору Kernel PCA, представлено на рисунку 3.10 (відповідний скрипт наведено у Додатку 7). Для оцінки похідних  $dZ/dt$ , необхідних для побудови векторного поля, попередньо проведена апроксимація простору  $Z=(z_1, z_2, z_3)$  та обчислення похідних  $Z=f(Z)$  за допомогою квадратичної поліноміальної регресії, що являє собою математичний образ (модель) динамічного фазового портрета:

$$d(z_1)/dt = -0.0884*z_1 + -0.0322*z_2 + -0.0647*z_3 + 0.1771*z_1^2 + -0.1585*z_1 z_2 + 0.3300*z_1 z_3 + 0.28 *z_2^2 + -0.1667*z_2 z_3 + 0.3962*z_3^2$$

$$d(z_2)/dt = 0.0442*z_1 + 0.0287*z_2 + 0.0090*z_3 + -0.1679*z_1^2 + 0.2897*z_1 z_2 + -0.1884*z_1 z_3 + -0.1793*z_2^2 + 0.2185*z_2 z_3 + -0.0650*z_3^2$$

$$d(z_3)/dt = -0.0473*z_1 + -0.09*z_2 + 0.0465*z_3 + 0.0194*z_1^2 + -0.2711*z_1 z_2 + -0.0850*z_1 z_3 + 0.3209*z_2^2 + -0.5164*z_2 z_3 + 0.6457*z_3^2$$

де -  $z_1, z_2, z_3$  - координати фазовому простору Kernel PCA.

### Фазовий портрет (Kernel PCA 3D)

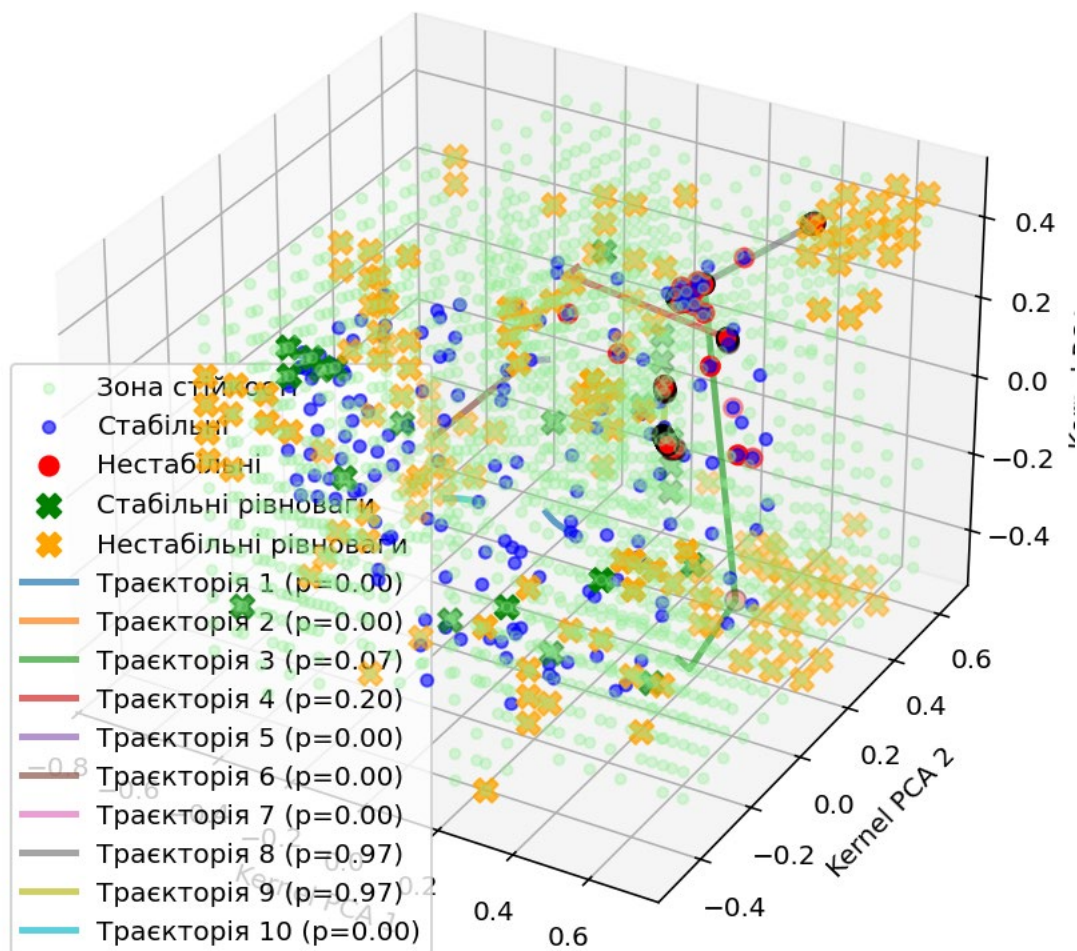


Рисунок 3.9 - Моделювання траєкторій фазового портрета евтрофованості морських вод пляжу Аркадія в просторі 3D координат Kernel PCA стохастичним диференціальним рівнянням зі стрибком

Стрілки на рисунку 3.10 відбивають відносну величину та динамічну спрямованість у кожній точці фазового простору. Також на рисунку 3.10 показана центральна точка атрактора, що є об'єктом з мінімальною сумарною відстанню до інших об'єктів (об'єкт 63 Додатку 1), яка є центром тяжіння об'єктів у просторі Kernel PCA. Як видно з рисунку 3.10, в області стійких станів спостерігається конвергенція об'єктів до центру атрактора з приблизно однаковою швидкістю. Однак, за межею стійких станів, у нерівноважних та нестійких областях, має місце стрімка розбіжність (дивергенція) поля зі швидкостями дещо більшими, ніж при конвергенції, що може призвести до появи значних біфуркаційних зон. Тобто, перебуваючи в областях високих концентрацій біогенів, у морській воді може відбутися різка зміна рівнів евтрофікації вод, які супроводжуються непередбачуваним локальним станом моря на пляжі Аркадія. Для підтримки стійких рівноважних станів евтрофікації води в купальний сезон пляжу Аркадія необхідно дотримуватися концентрацій біогенів на рівнях об'єкта 63 (Додаток 1).

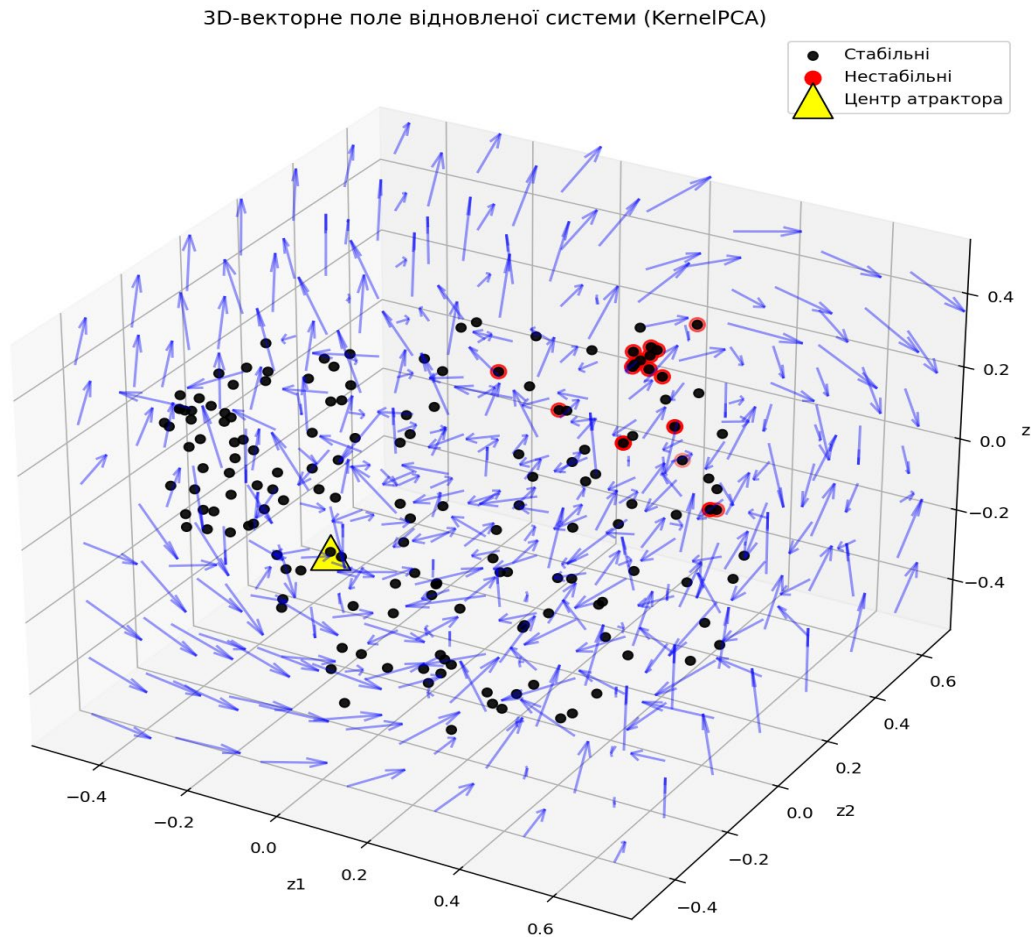


Рисунок 3.10 - Векторне поле швидкостей відновленої системи у прихованому просторі Kernel PCA

З метою виявлення появи можливих критичних станів евтрофікації морських вод пляжу Аркадія проведено дослідження характеру поведінки динамічної системи за допомогою АКФ та спектрального аналізу. Як параметри використані реальна швидкість руху траєкторії даних у 3D просторі Kernel PCA ( $dZ\_dt[t]$  - справжня похідна (з даних)), що відображає справжні нестабільності та згасання, реальні прискорення, шум та нерівномірний темп зміни системи.

Оскільки довжини варіаційних рядів полів швидкостей були незначними, для оцінки АКФ та відповідних спектрів, застосовувався метод для коротких рядів, заснований на пошуку авторегресійних рівнянь оптимального порядку, що оцінюються за критерієм Акаїки та відповідає

вимозі максимальної ентропії для невідомих значень коваріаційної функції [77]. Відповідні графіки АКФ та спектрів представлено на рисунках 3.11-3.16. Як випливає з графіків, значення АКФ на першому лазі практично всіх трьох z-просторів становило АКФ (1) $\approx$ -0.45, що до певної міри є ознакою шумово-домінантної флуктуаційної динаміки, або початком хаотичної поведінки системи. На лагах АКФ  $> 2$  коливання приблизно  $\pm 0.1-0.2$ , що властиво системам або дуже шумовим, або детерміновано-хаотичним, а швидкий спад вказує на можливе формування біфуркаційних зон перед хаосом (intermittency regime). Досить широкі спектри є ключовими ознаками хаотичної чи сильно стохастичної динаміки, що є досить сильною ознакою можливості появи критичних станів та біфуркацій у динамічному фазовому просторі Kernel PCA.

Таким чином, вихід траєкторій в області нестабільних та нерівноважних станів, обумовлених високими концентраціями біогенів, може, при подальшому збільшенні їх концентрацій, призвести до критичних станів та появи можливих біфуркацій.



Рисунок 3.11 - Автокореляційна функція динамічного фазового портрета у просторі  $z_1$  Kernel PCA

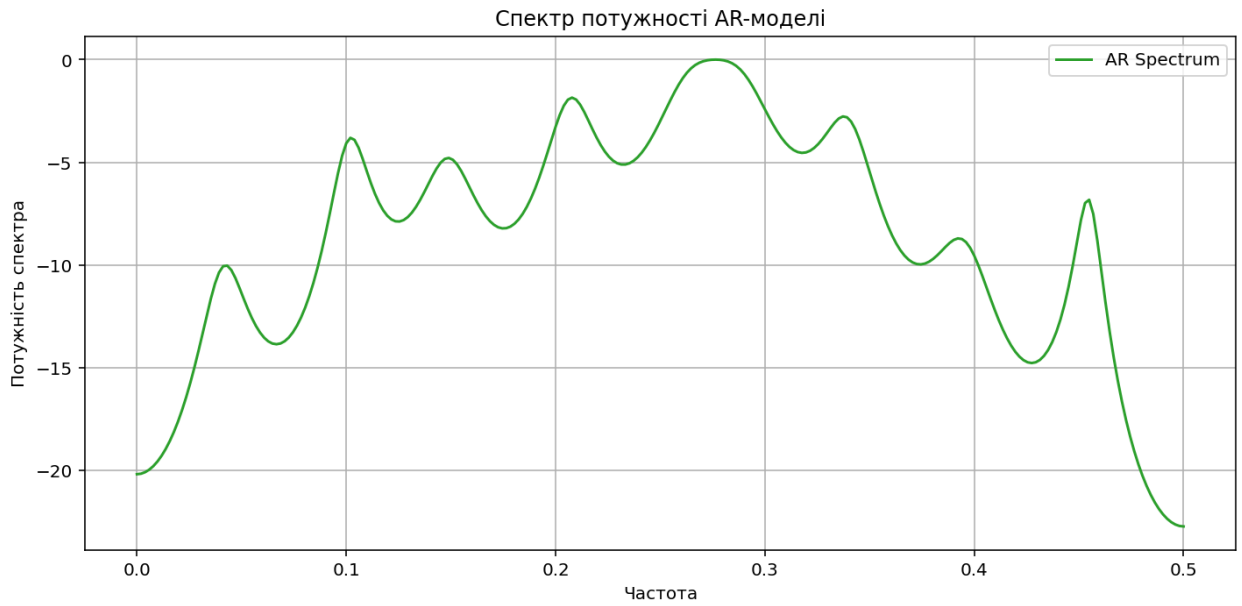


Рисунок 3.12 - Спектр потужності AR - моделі (18 порядку) динамічного фазового портрета у просторі  $z_1$  Kernel PCA



Рисунок 3.13 - Автокореляційна функція динамічного фазового портрета у просторі  $z_2$  Kernel PCA

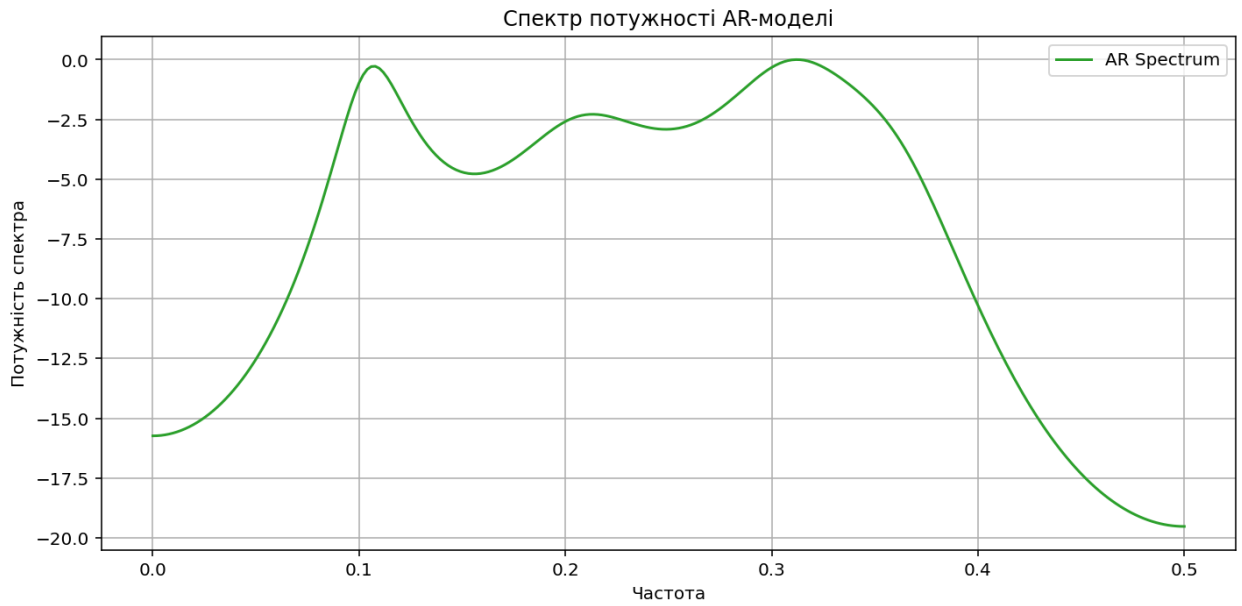


Рисунок 3.14 - Спектр потужності AR - моделі (8 порядку) динамічного фазового портрета у просторі  $z_2$  Kernel PCA



Рисунок 3.15 - Автокореляційна функція динамічного фазового портрета у просторі  $z_3$  Kernel PCA

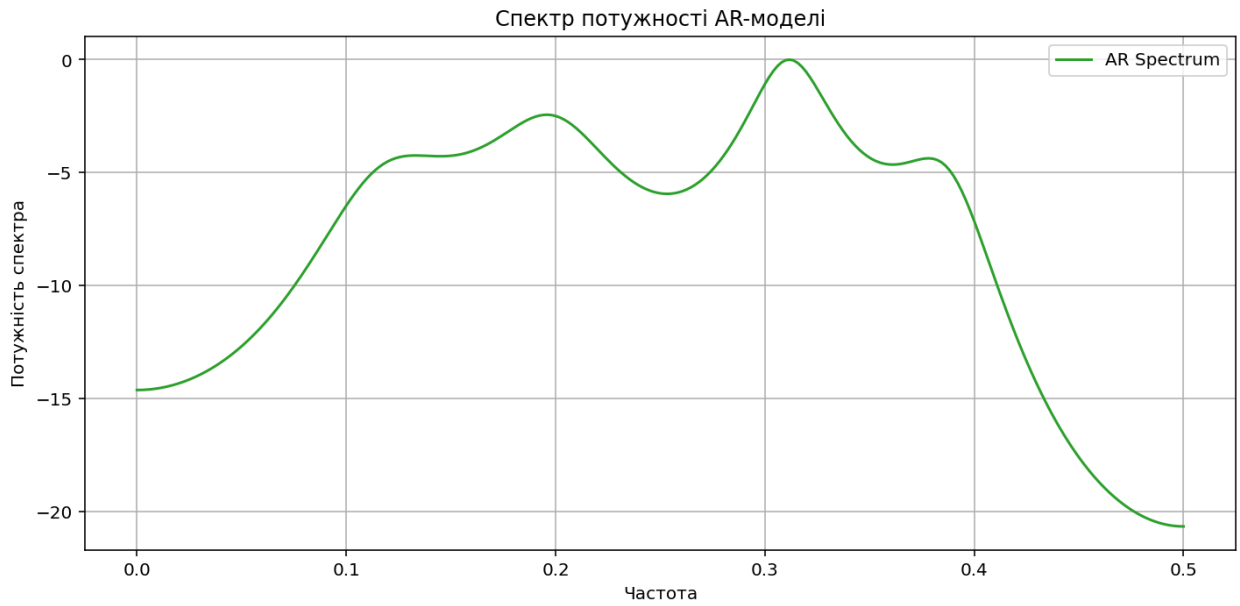


Рисунок 3.16 - Спектр потужності AR - моделі (9 порядку) динамічного фазового портрета у просторі z3 Kernel PCA

### 3.2 Розрахунок збитків пляжу Аркадія внаслідок евтрофікації морської води

Збитки від евтрофікації морської води для пляжу Аркадія оцінено методом еколого-економічної оцінки збитків відповідно до [77].

Прямі економічні втрати, зумовлені евтрофікацією, розраховували за формулою:

$$\Delta N = N_{\text{до}} - N_{\text{у період}}, \quad (3.2)$$

де  $N_{\text{до}}$  та  $N_{\text{у період}}$  - кількість відвідувачів (потік туристів) до початку «цвітіння» води та в період «цвітіння» відповідно.

Втрати доходу (збитки) оцінювали за формулою:

$$Y = \Delta N \times D_{\text{ср}}, \quad (3.3)$$

де  $D_{\text{ср}}$  - середні витрати одного відвідувача, грн/особу (оренда шезлонгів, харчування, квитки до клубів тощо); для 2025 року прийнято усереднене значення 300 грн/особу (залежно від формату та дня тижня).

Пляж Аркадія складається з кількох ділянок і клубів, загальна довжина близько 700-800 метрів, середня ширина 40-60 метрів, звідси орієнтовна площа пляжу становить  $750 \text{ м} \times 50 \text{ м} = 37\,500 \text{ м}^2$  [78-80].

Кількість відвідувачів пляжу Аркадія в Одесі за один день з урахуванням пікового навантаження (1 людина на  $2\text{-}3\text{ м}^2$ ), орієнтовно складає  $\approx 15$  тис. осіб, тобто в день дохід від відвідування пляжу становитиме  $\approx 4,5$  млн. грн. У період цвітіння морської води кількість відвідувачів може скоротитися у 3-4 рази та скласти близько 4286 осіб на день, при доході 1 285 800 грн.

У період купального сезону на пляжі Аркадія втрата стійкого стану евтрофікації спостерігалася протягом одного дня у серпні 2010 року (об'єкт 65 таблиця 1.1 Додаток 1), що призвело до погіршення якості води, викликаного підвищеним вмістом біогенних речовин, розмноженням водоростей, неприємним запахом, зниженням прозорості води. Враховуючи середню витрату одного відвідувача пляжу у 300 грн, орієнтовний дохід від відвідування пляжу в період цвітіння становитиме 1285800 грн, у той час як у звичайний період дохід 4,5 млн. грн., тобто збиток 3 214 200 грн. Крім цього, необхідно врахувати витрати на прибирання пляжу після евтрофікації, які орієнтовно можуть становити 17500 грн на день. Таким чином підсумковий збиток від евтрофікації морської води пляжу Аркадія цього дня серпня орієнтовно становив 3 231 700 грн.

Враховуючи, що у період пляжного сезону в зоні нестійкого стану знаходився об'єкт 65 (відповідно до проведених спостережень), ймовірність втрати стійкості морської екосистеми при всіх 17 об'єктах нестійкого стану

склала  $1\sqrt{17}=0,059$ , то математичне очікування екосистемного ризику цього дня становитиме  $3231700 \times 0,059 = 190670,3$  грн. Ґрунтуючись на проведеному математичному моделюванні траєкторій фазового портрета можна припустити, що за наявності короточасних залпових викидів на протязі дня, ймовірність втрати стійкості морської екосистеми акваторію пляжу Аркадія може збільшитися на 22%, що призведе до збільшення екосистемного ризику до 232 617,8 грн.

#### 4 ПЕРЕЛІК ОСНОВНИХ ДЖЕРЕЛ ЕКОСИСТЕМНОГО РИЗИКУ МОРЯ

Екосистемний ризик - це кількісна характеристика імовірності та наслідків переходу екосистеми у небажані стани (втрати функцій, структури або біорізноманіття) під дією зовнішніх і внутрішніх чинників. Джерела ризику можуть мати антропогенне або природне походження. Для морського середовища ключовими чинниками ризику є надходження поживних речовин (евтрофікація), зміни гідрологічного режиму та клімату, надходження забруднювальних речовин, а також інтенсивна морська й прибережна діяльність.

До джерел антропогенного походження які істотно впливають на рівні екосистемних ризиків відносяться: надлишкове надходження в море зі стічними водами і сільськогосподарськими стоками азотних і фосфорних сполук, що призводить до «цвітіння» води, дефіциту кисню, загибелі гідробіонтів; забруднення морського середовища токсичними речовинами, такими як нафтові вуглеводні, важкі метали (ртуть, кадмій, свинець), пестициди та органічні забруднювачі. На цей час виявлено значний вплив пластикових і особливо мікропластикових забруднень, на харчові ланцюги морських організмів. Інтенсивний промисел риб і безхребетних істотно спричиняє перелов і руйнування біорізноманіття, а також руйнування донних організмів в результаті тралення. Особливо значний вплив на стан донних екосистем спричиняють військові дії, що часто призводять до повного їх руйнування.

У мирний час будівництво портів і гребель, видобуток піску, забудова берегової лінії та інші види прибережного освоєння формували антропогенний внесок у екосистемні ризики. А в період військових дій порушення цілісності, а іноді й руйнування цих споруд призводить до найбільш істотного впливу на екосистемні ризики.

Окремо враховуються антропогенно зумовлені фактори, зокрема підвищення температури та закислення морських акваторій унаслідок зростання вмісту CO<sub>2</sub>, а також зміни течій і рівня моря. У період воєнних дій ці ефекти можуть поєднуватися з додатковими локальними навантаженнями, що ускладнює оцінювання ризиків.

До природних джерел, що впливають на екосистемні ризики, належать штормові періоди, циклони та природне цвітіння водоростей.

Орієнтовний вплив факторів на екосистемні ризики для акваторій Чорного моря наведено в таблиці 4.1 [80], [81], [82]. Після закінчення бойових дій ступінь впливу може бути суттєво переглянуто.

Таблиця 4.1 - Вплив факторів на екосистемні ризики для акваторій Чорного моря

№	Джерело ризику	Короткий опис впливу	Оцінна ваговий коефіцієнт а(0-1)	Пояснення впливу
1	2	3	4	5
1	Сільськогосподарський стік (поживні речовини, пестициди)	Надходження нітратів, фосфатів, пестицидів із водозборів річок (Дніпро, Дунай та ін.)	0.85	Вагомий внесок у евтрофікацію, цвітіння фітопланктону, зниження прозорості води
2	Стічні води міст та очисні споруди	Недостатньо очищені побутові та промислові стоки - джерела органіки, патогенів, хімікатів	0.80	Прибережні зони та гирла річок; аварійні скидання підвищують локальні концентрації
3	Промислове забруднення (важкі метали, органіка)	Скидання та колишні накопичення забруднювачів у донних відкладах	0.65	Історичні накопичення в прибережних затоках, ризик ремобілізації при штормах або судноплавстві
4	Судноплавство та морське транспортування (витік палива, стічні води суден)	Нафторудні та нафтохімічні забруднення, шум, баластові води	0.60	Ризики аварій та хронічних витоків; перенесення інвазивних видів у баластній воді
5	Нафтові розливи та аварії на платформах/терміналах	Великомасштабні локальні катастрофи з тривалим відновленням	0.50	Сильне ураження прибережної фауни; тривале очищення пляжів та прибережних зон
6	Інвазивні види та біологічні загрози	Потрапляння та закріплення неадаптованих видів, хвороби, паразити	0.55	Перебудова харчових ланцюгів, конкуренція із місцевими видами; непередбачені спалахи
7	Зміна клімату та морського режиму (підвищення температури, зміна солоності, рівнів моря)	Довготривалі системні зміни, що змінюють ареали та режими екосистем	0.70	Зрушення у співтоваристві фітопланктону; посилення гіпоксії у глибоких шарах

№	Джерело ризику	Короткий опис впливу	Оцінна ваговий коефіцієнт а(0-1)	Пояснення впливу
1	2	3	4	5
8	Берегова урбанізація та забудова, зміна берегової зони	Втрата прибережних екосистем, зміна потоків наносів	0.60	Зниження фільтраційної здатності берегової смуги, втрата місць проживання
9	Рибальство та надмірна експлуатація ресурсів	Виснаження ключових видів, порушення трофічних зв'язків	0.65	Незаконний/нерегульований видобуток, побічні улови, зміна структури популяцій
10	Атмосферні опади та перенесення забруднень	Перенесення забруднювачів із промислових центрів атмосферою	0.40	Внесок у сумарне навантаження, особливо у прибережних районах з вітровим перенесенням

## ВИСНОВКИ

У звіті сформовано методологію оцінювання екосистемних ризиків моря, що спирається на положення теорії динамічних систем і трактує морську екосистему як складну багатопараметричну систему з нелінійними зворотними зв'язками та часовою мінливістю. Запропоновано подання екосистемного ризику у вигляді функціоналу типу «ймовірність × наслідок», де імовірності відображають перехід екосистеми до небажаних станів (втрата стійкості та/або критичний стан), а наслідки задаються монетизованими втратами екосистемних послуг. Такий підхід забезпечує управлінську інтерпретованість оцінок і дозволяє узгоджувати екологічні результати з інструментами економічного реагування, спрямованими на зменшення конфлікту між короткостроковими економічними вигодами та довгостроковою екологічною стійкістю.

Для аналізу поведінки морської екосистеми як динамічної системи запропоновано використовувати фазові портрети, які відображають еволюцію станів у фазовому просторі та дозволяють виявляти зони стійкості/нестійкості без явного виведення повної системи керівних диференціальних рівнянь для всіх змінних. Фазові траєкторії інтерпретовано як емпіричний опис динаміки за даними спостережень, а також як основу для подальшої апроксимації та прогнозування. У межах методології передбачено побудову фазових портретів у стислому просторі ознак і подальше моделювання траєкторій стохастичними диференціальними рівняннями зі стрибками, що дає змогу враховувати не лише неперервну стохастичну мінливість, а й рідкісні імпульсні події (зокрема короткочасні залпові скиди забруднювальних речовин), характерні для кризових і воєнних умов. Застосування такого опису дозволяє виконувати екстраполяцію поведінки системи в області прогнозу, оцінювати стаціонарні режими, аналізувати їхню стійкість і фіксувати появу біфуркаційних ознак.

Проведено демонстраційну апробацію запропонованого підходу на натурних даних щодо евтрофікації прибережних вод пляжу Аркадія (м. Одеса)

за 2009-2018 роки. Вибір евтрофікації як прикладу обумовлено її виразним проявом у прибережній зоні та чутливістю до змін режимів надходження біогенних речовин, у тому числі за умов додаткових антропогенних збурень. Для виявлення зон нестійкості побудовано фазові портрети з використанням PCA для опису лінійних структур і Kernel PCA для нелінійних структур. Обчислення виконано у середовищі Python (IDE Spyder); скрипти наведено в додатках і можуть бути використані як база для подальшої адаптації методики до інших акваторій та наборів показників.

У межах апробації сформовано процедуру ідентифікації зон нестійкості у фазовому просторі та отримано кількісні характеристики частки реалізацій/ділянок траєкторій, що потрапляють до таких зон за прийнятим критерієм. За сценарію зі стрибковими збуреннями (імітація залпових скидів) оцінки частки точок/реалізацій, що потрапляють у зону нестійкості, є вищими порівняно з базовим випадком без стрибків, що узгоджується з очікуваним посиленням ризику при наявності імпульсних навантажень. Разом із тим отримані числові значення для цієї апробації слід трактувати як ілюстративні, оскільки вони залежать від обраного критерію нестійкості, параметрів моделювання (кількість реалізацій, часовий крок) та обсягу доступних даних; підвищення доказовості потребує розширення вибірки та процедурної оцінки невизначеності.

Побудова поля швидкостей у просторі Kernel PCA дозволила виділити області конвергенції та дивергенції в динаміці евтрофікації. У зонах дивергенції, що відповідають підвищеним концентраціям біогенів, спостерігається інтенсивніша зміна стану, ніж у конвергенційних (більш стабільних) областях, що може бути пов'язано з підвищеною чутливістю системи та потенційною появою біфуркаційних переходів. Додатковий аналіз за допомогою автокореляційних функцій і спектральних характеристик (на основі швидкості руху траєкторії у просторі Kernel PCA) вказує на наявність нерегулярних компонент динаміки, що може розглядатися як додатковий

індикатор потенційної близькості до критичних режимів і потребує поглибленої перевірки на розширених часових рядах.

На основі оцінювання нестійкості та розрахунку наслідків у вигляді збитків виконано розрахунок математичного сподівання екосистемного ризику для періоду купального сезону на прикладі одного зафіксованого епізоду погіршення якості води. Отримані значення ризику та сценарні оцінки для випадку можливих залпових скидів слід трактувати як демонстрацію працездатності методичного ланцюжка «виявлення нестійкості → оцінка ймовірності → монетизація наслідків → інтегральний ризик», а не як остаточні нормативні оцінки.

Відмінною рисою запропонованої методології є інтеграція оцінювання ймовірностей небажаних режимів (втрата стійкості/критичний стан) з економічною інтерпретацією наслідків через втрати екосистемних послуг, а також використання фазового аналізу у стислому (зокрема нелінійному) просторі ознак як інструмента діагностики нестійкості. Для масштабування методики на розширені морські акваторії доцільно розробити програмну оболонку (інформаційно-аналітичну систему) для стандартизованої підготовки даних, побудови однорідних водних мас, обчислення показників стійкості/критичності, сценарного моделювання та формування узгоджених вихідних продуктів для підтримки управлінських рішень. Пріоритетами подальших етапів мають стати стандартизація наборів індикаторів, накопичення репрезентативних часових рядів, верифікація сценаріїв впливу та формалізована оцінка невизначеності, що забезпечить переносимість методики на інші ділянки узбережжя і шельфу Чорного моря.

## ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1 Гідрологічні та гідрохімічні показники стану північно-західного шельфу Чорного моря : довідковий посібник НДУ УкрНЦЕМ / відпов. ред. І. Д. Лоєва [та ін.]. - К : КНТ, 2008. - 616 с.

2 Aven T. Risk assessment and risk management: Review of recent advances on their foundation./ T. Aven// European Journal of Operational Research. - 2016. - 253(1). - p. 1-13. - Режим доступу: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2015.12.0232>. - 24.01.2025

3 Bland L. Developing a standardized definition of ecosystem collapse for risk assessment. / Bland L. M., Rowland J. A. // Frontiers in Ecology and the Environment. - 2018. - 16(1), - p. 29-36. - Режим доступу: <https://doi.org/10.1002/fee.1747>. - 26.02.2025

4 Fischhoff B., Lichtenstein S., Slovic P., Derby S., & Keeney R. / Acceptable Risk. // Cambridge University Press. - 1981. 185 p.

5 Renn, O. Risk Governance: Coping with Uncertainty in a Complex World. Earthscan. 2008. / Harremoës P., Gee, D., MacGarvin M., Stirling A., Keys, J., Wynne B., & Vaz S. G. // The Precautionary Principle in the 20th Century: Late Lessons from Early Warnings. Earthscan. -2008. - 288 p. - Режим доступу :[://doi.org/10.1007/978-1-4020-6799-0](https://doi.org/10.1007/978-1-4020-6799-0). - 03.08.2025

6 Одум Ю. Основы экологии / Ю. Одум. - М.: Мир, 1975, -7 с

7 Светлосанов В.А. Устойчивость природных систем к природным и антропогенным воздействиям / Светлосанов В.А. - Москва, 2009. - 100 с.

8 Казначеев В. П., Спиринов Е. А. Космопланетарный феномен человека: проблемы комплексного изучения / В. П. Казначеев, Е. А. Спиринов. - Новосибирск: Наука, 1991. - 304с.

9 Phillip S. Levin, Christian Mollmann. Marine ecosystem regime shifts: challenges and opportunities for ecosystem-based management. - Режим

доступу: <https://royalsocietypublishing.org/doi/pdf/10.1098/rstb.2013.25.05.2025>. -

10 Шитиков В. К., Розенберг Г. С., Зинченко Т. Д. Количественная гидроэкология: методы системной идентификации / В. К. Шитиков, Г. С. Розенберг, Т. Д. Зинченко - Тольятти: ИЭВБ РАН, 2003. - 463с.

11 Беляев В.И., Совга Е.Е. Моделирование геохимических процессов в морском прибрежном экотоне / В. И. Беляев В.И., Е. Е. Совга. - Киев: Наукова думка, 1993. - 239 с.

12 Разумовский О. С. Закономерности оптимизации в науке и практике / О. С.Разумовский. - Новосибирск: Наука, 1990. - 176 с.

13 Баканов А. И. О некоторых методологических вопросах применения системного подхода для изучения структур водных экосистем / А. И.Баканов. // Биология внутренних вод. - 2000. - № 2. - С.5-19

14 Пригожин И., Стенгерс И. Порядок из хаоса: Новый диалог человека с природой. / И. Пригожин, И. Стенгерс. - М.: Прогресс, 1986. - 1с.

15 Меншуткин В. В Искусство моделирования (экология, физиология, эволюция) / В. В Меншуткин. - Санкт-Петербург. 2010. - 9 с.

16 Светлосанов В. А. Экосистемы: устойчивость, риск, хаос. Изменения природной среды на рубеже тысячелетий / В. А. Светлосанов, В. Н. Кудин, А. Н. Куликов. - Тбилиси: Труды Международной электронной конференции. - 164 с.

17 Komorin V. Assessment of the Black Sea shelf ecosystem sustainability with mathematical simulation method. *Geographia Technica*, 2021, 16(2), 19-28. doi: 10.21163/GT\_2021.162.02.

18 Коморін В.М. Теоретико-методологічні аспекти управління екосистемними ризиками моря. *Ukrainian Hydrometeorological Journal*, 2023. - №31. - 33-54. doi: 10.31481/uhmj.31.2023.03.

19 Komorin V.M. Mathematical model for managing marine ecosystem risks. *Ukrainian Hydrometeorological Journal*, 2024. - №33. - 49-65P. doi: 10.31481/uhmj.33.2024.04.

20 Wilson R., Crouch E. Risk-Benefit Analysis. - Center for Risk analysis Harvard University. - Second Edition, 2001.

21 Диксон Д., Скура Л., Шерман П. Экономический анализ воздействий на окружающую среду /Пер с англ, под ред. С.Н. Бобылева, Т.Г. Леоновой, М.И. Сметаниной. - М.: Вита-Пресс, 2000.

22 Patrick ten Brink TEEB - The Economics of Ecosystems and Biodiversity for National and International Policy Makers. Summary: Responding to the Value of Nature/ Patrick ten Brink - Germany: Welzel+Hardt, 2009. - 65 p.

23 Павленко М. Ю., Мацюкін Л.В. та інші Звіт про НДР/ УкрНЦЕМ Міністерство екології та природних ресурсів України /Розроблення науково-методичних основ оцінки впливу на морське довкілля об'єктів та видів морегосподарської діяльності . - Одеса. - 2018. - 103 с.

24 Ігор Н. фон Бекман НЕЛІНІЙНА ДИНАМІКА СКЛАДНИХ СИСТЕМ: теорія і практика. / Ігор Н. фон Бекман. - М., 2018. - 613с.

25 Лыков И. А. Расширенный многофакторный мультифрактальный метод социально-экономического прогнозирования / И. А. Лыков, Г. П. Быстрой // Вестник кибернетики. - С. 72-89.

26 Ashby, W. Ross. An Introduction to Cybernetics./ Ashby, W. Ross. // London: Chapman & Hall, 1956.

27 Кузнецов Н. В. Аналитико-численные методы исследования скрытых колебаний : дис. докт. / Кузнецов Н. В. - С-Петербург, 2016. - 187 с.71

28 Леваков, А. А. Стохастичні диференціальні рівняння/А. А. Леваков. - Мінськ: БДУ, 2009. - 231 с.

29 Введение в теорию случайных процессов : учеб. пособ. / И.И. Гихман, А.В. Скороход. - Изд. 2-е. - М. : Наука, 1977. - 568 с

30 Мишура Ю.С., Шевченко Г.М. Приближенное решение бесконечномерных стохастических дифференциальных уравнений // Мишура Ю.С., Шевченко Г.М. - ИПЦ: Киевский университет, 2007. - 96 с.

31 Український В.В., Тітяпкин А. С. та інші Звіт про НДР/ УкрНЦЕМ Міністерство екології та природних ресурсів України / Оцінка та діагноз

евтрофікації морських вод північно-західного шельфу Чорного моря та її негативних наслідків. - Том I. - Одеса, 2018. - 103 с.

32 Зайцев Ю.П. Экологическое состояние шельфовой зоны Черного моря у побережья Украины / Ю.П. Зайцев // Гидробиологический журнал. - 1992. - Том 28, № 4. - С. 3-18.

33 Коморін В.М., Єрофєєв Г.О. та інше Звіт про НДР/ УкрНЦЕМ Міністерство екології та природних ресурсів України / Оцінка впливу кліматичних та антропогенних факторів на процеси евтрофікації вод північно-західного шельфу Чорного моря. - Одеса, 2012. - 123 с.

34 Иващенко А. Б. Традиционные и современные подходы в прогнозировании временных рядов / А. Б. Иващенко // Наукові праці Донецького національного технічного університету. - 2012. - № 1(10). - 2(11). - С. 156-169.

35 Лукьянов Г. Н. Оценивание параметров динамических процессов / Г. Н. Лукьянов. - СПб: Университет ИТМО, 2020. - 104 с.

36 Калапышина И. И. Идентификация динамических систем фрикционного взаимодействия (MATLAB): учебное пособие для высших учебных заведений / И. И. Калапышина, В. М. Мусалимов, К. А. Нуждин. - СПб: Университет ИТМО, 2017. - 1 с.

37 Шустер Г. Детерминированный хаос: Пер. с нем / Г. Шустер. - М.: Мир, 1988. - 253 с.

38 Павлов С. В. Технология прогнозирования сложных наблюдаемых временных рядов: дис. канд. техн. наук / Павлов С. В. - Красноярск, 2007.

39 Вэйновский П. А. Методы обработки и анализа океанологической информации. Одномерный анализ. Учебное пособие / П. А. Вэйновский, В. Н. Малинин. - Л.: ЛГМИ, 1991. - 136 с.

40 Шахтарин Б. И. Генераторы хаотических колебаний / Б. И. Шахтарин, П. И. Кобылкина. - М.: Гелиос АРВ, 2007. - 248 с.

41 Дмитриев А. С. Динамический хаос. Новые носители информации для систем связи / А. С. Дмитриев, А. - М: Физматлит, 2002. - 252 с.

- 42 Haykin E. S. Non-linear methods of spectral analysis / Ed. S. Haykin. - N.Y.: Top. Appl. Phys, 1979. - 247 p.
- 43 Dzhaparidze K. O. Spectral parameter estimation in time series analysis / K. O. Dzhaparidze, A. M. Yaglom. // N.Y. Acad. Press. - 1983. - № 4. - С. 1-96.
- 44 Early-warning signals for critical transitions / M. Scheffer, J. Bascompte, W. Brock, et al. // Nature. - 2009. - № 461. - P. 53-59.
- 45 Generic Indicators of ecological resilience: inferring the chance of a critical transition / M. Scheffer, S. Carpenter, V. Dakos, et al. // Annu. Rev. Ecol. Evol. Syst. - 2015. - № 46. - С. 145 - 167.
- 46 Уемов А. И. Системный подход и общая теория систем / А. И. Уемов. - М.: Мысль, 1978. - 250 с.
- 47 Садченко Е. В. Теоретико-методологические подходы к управлению экономико-экологическими рисками / Е. В. Садченко, М. Н. Товкан // Економічні інновації. - 2014. - №57. - С. 338-347.
- 48 Звіт про науково-дослідну роботу «ВИЗНАЧЕННЯ ФАКТОРІВ ВПЛИВУ ВОЄННИХ ДІЙ РФ НА МОРСЬКЕ ДОВКІЛЛЯ УКРАЇНИ». - УкрНЦЕМ. Міністерство екології та природних ресурсів України - Том 4. - Одеса, 2022. - 85 с.
- 49 Неверов А. В. Стоимостная оценка экосистемных услуг и биологического разнообразия / А. В. Неверов, О. А. Варапаева // Труды БГТУ. Экономика и управление. - 2013. - № 7. - С.95 - 100
- 50 Walter V. Millennium Ecosystem Assessment. Ecosystems and Human Well-being: Current State and Trends Assessment / V. Walter. - Washington : Island Press, 2005. - 268 P.
- 51 Кузнецов Д.Ф. Стохастические дифференциальные уравнения: теория и практика численного решения. - СПб.: Изд-во Политехнического ун-та, 2010. - 786 с. - ISBN: 978-5-7422-2448-8.
- 52 И. И. Гихман, А. В. Скороход. Теория случайных процессов / И. И. Гихман, А. В. Скороход. - М.: Наука. - 1973. - ТОМ 3. - С. 1-96.

53 Заславский Г. М. Стохастичность динамических систем./ Заславский Г. М. - М.: Наука, 1983.

53 Лихтенберг А. Динамика частиц в фазовом пространстве. / Лихтенберг А. - М.: Атомиздат, 1972.

54 Vyshnevskiy V., Shevchuk S., Komorin V., Oleynik Y., Gleick P. The destruction of the Kakhovka dam and its consequences. *Water International*, 2023 . - №48(5), 631-647P. doi: 10.1080/02508060.2023.2247679.

55 Tuchkovenko Y.S., Kushnir D.V., Ovcharuk V.A., Sokolov A.V., Komorin V.N. Characteristics of Black Sea dispersion of freshened and polluted transitional waters from the Dnipro-Bug estuary after destruction of the Kakhovka Reservoir dam. *Ukrainian Hydrometeorological Journal*, 2023. - №32, 95-114P. doi: 10.31481/uhmj.32.2023.07.

56 Vyshnevskiy V., Matygin A., Komorin V. Thermal regime of the northwestern part of the Black Sea. *Geographia Technica*, 2023. -№18(1), 29-38P. doi: 10.21163/GT\_2023.181.03.

57 Свідосттво про реєстрацію авторського права на твір науково-практичного характеру №123542 «Алгоритм контролю якості океанографічних спостережень» / Коморін В.М.,Мацокін Л.В.,Тітяпкин А.С.,Круглов А.М. - 06.02.24 р.

58 С.А. Айвазян, І.С. Єнюков, Л.Д. Мешалкін Основи моделювання та первинна обробка даних. даних. - Москва : Финансы и статистика .- 1983. - 671 с.

59 Мандель И.Д. Кластерный анализ. / Мандель И.Д. - Москва : Финансы и статистика. - 1988. - 176 с.

60 Бродский В.З. Введение в факторное планирование эксперимента. - М.:Наука, 1976. - 225с.

61 Налимов В.В. Теория эксперимента./ Налимов В.- М.: Наука, 1971. - 207с.

62 Федоров В.В. Теория оптимального эксперимента./ Федоров В.В. - М.: Наука, 1971. - 312с.

63 C. J. Twining and C. J. Taylor. Kernel Principal Component Analysis and the Construction of Non-Linear Active Shape Models. / The C. J. Twining and C. J. Taylor. - University of Manchester, Oxford Road, Manchester M13 9PT. - Режим доступа: <http://www.isbe.man.ac.uk>. -19.06.2025.

64 Lee J. Yoo Ch.Y., Choi S.W. Nonlinear process monitoring using kernel principal component analysis. - Chemical Engng Sci,2004. - V. 59. - P.223-234.

65 Ashby, W. Ross. An Introduction to Cybernetics. / Ashby, W. Ross. - London: Chapman & Hall, 1956.

66 Jørgensen, S. E., & Svirezhev, Y. M. Thermodynamic Theory for Ecological Systems. / Jørgensen, S. E., & Svirezhev, Y. M.- Elsevier, 2004.

67 Игорь Н. фон Бекман. НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА СЛОЖНЫХ СИСТЕМ: теория и практика. / Игорь Н. фон Бекман. - М.,2018. - 613 с.

68 А.А. Красовский. Фазовое пространство и статистическая теория динамических систем / А.А. Красовский. - М. Издательство «Наука». Главная редакция физико-математической литературы. - 1974. - 232 стр.

69 Yuanyuan Feng, Lei Li, Jian Guo Liu, Semi-groups of stochastic gradient descent and online principal component analysis: properties and diffusion approximations./ Yuanyuan Feng, Lei Li. - arXiv, 2017.

70 Rong Situ, Theory of Stochastic Differential Equations with Jumps and Applications / Rong Situ . - Springer, 2005

71 Кадырова И.И. Стохастические уравнения для скачкообразных процессов. / И Кадырова И.И. . -Институт кибернетики АН УССР,1976. -С. 64-73.

72 Кузнецов Д.Ф.Стохастические дифференциальные уравнения: теория и практика численного решения / Кузнецов Д.Ф. - С-П.,2010.-816 с.

73 Пляцук Л. Д., Черныш Е. Ю. Синергетика: нелинейные процессы в экологии / Л.Д. Пляцук, Е. Ю. Черныш. - Сумы: Сумский государственный университет, 2016. - 229 с.

74 Scheffer M. Catastrophic shifts in ecosystems / Scheffer M // . - 2001

75 Ваганов П., Ман-Сунг И. Экологические риски: учеб. Пособие / П. Ваганов, И. Ман-Сунг. - СПб.: СПбГУ, 2001. - 152 с.

76 Quan Wang. Kernel Principal Component Analysis and its Applications in Face Recognition and Active Shape Models. - Rensselaer Polytechnic Institute, 110 Eighth Street. - Troy: NY, 2014. - 12180 USA.

77 Постанова КМ України від 15 лютого 2002 р. N 175, Зміни Постанови КМ N 862 ( 862-2003-п ) від 04.06.2003 ), Розпорядження КМ України від 25 червня 2025 р. №625-р

78 О.Ю. Сапко, Н.В. Мороз. Оценка рекреационного потенциала прибрежной территории Одессы. // Вісник Одеського державного екологічного університету, 2012. - вип.14

79 Mee, L. D. The Black Sea in crisis: A need for concerted international action / Mee, L. D. - *Ambio*, 1992.- 21(4). - P. 278-286.

80 Oguz, T., & Gilbert, D. Abrupt transitions of the Black Sea hypoxic regime. / Oguz, T., & Gilbert, D. - *Deep Sea Research Part I: Oceanographic Research Papers*, 2007. - 54(2). - P. 220-242

81 Mee, L., Friedrich, J., & Gomoiu, M. Restoring the Black Sea in times of uncertainty. - *Oceanography*, 2005. - 18(2). - P.32.

82 Привальский В. Е. Климатическая изменчивость: стохастические модели, предсказуемость, спектры. / В. Е. Привальский. - М.: Наука, 1985. - 183 с.

## ДОДАТОК 1 - Результати моніторингу за станом евтрофікації морської води

Таблиця 1.1 - Результати моніторингу за станом евтрофікації морської води на пляжі Аркадія (Одеса)

	Date	Ammonia nitrogen [µg/l]	Nitrate nitrogen [µg/l]	Nitrite nitrogen [µg/l]	Organic phosphorus [µg/l]	Phosphate [µg/l]	Silicon [µg/l]	Total nitrogen [µg/l]	Total phosphorus [µg/l]
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	15.01.2009	2,250	46,300	4,900	16,000	23,320	338,000	1460,000	39,100
2	18.03.2009	2,250	8,600	1,500	5,000	10,250	576,000	569,400	15,300
3	26.03.2009	5,860	11,800	1,600	104,000	9,360	286,000	1591,400	113,200
4	01.04.2009	8,800	7,500	2,600	1,000	18,270	1014,000	351,400	19,300
5	08.04.2009	11,000	15,700	2,000	1,000	17,080	1195,000	549,000	18,300
6	15.04.2009	27,800	39,900	2,300	2,000	17,080	994,000	494,500	19,300
7	22.04.2009	11,600	,500	1,200	7,600	9,360	470,000	344,600	17,300
8	29.04.2009	9,900	5,200	1,500	8,600	4,900	736,000	576,400	26,200
9	06.05.2009	13,800	7,600	0,900	21,000	3,420	445,000	0,300	12,400
10	13.05.2009	5,400	15,400	0,900	4,700	3,710	294,000	339,100	8,400
11	20.05.2009	6,500	14,900	1,900	8,600	6,390	287,000	320,800	15,300
12	21.01.2009	7,500	59,800	4,400	8,000	,230	1375,000	581,100	49,900
13	27.05.2009	2,600	9,200	1,600	12,000	5,200	17,000	406,000	17,300
14	03.06.2009	14,900	4,800	6,900	15,000	26,590	135,000	483,400	42,000
15	10.06.2009	11,000	14,400	1,900	13,000	24,810	609,000	542,300	37,100
16	17.06.2009	30,600	5,400	1,300	16,000	7,570	140,000	265,500	24,200
17	24.06.2009	14,000	7,000	1,600	14,000	12,000	270,000	348,000	26,000

	Date	Ammonia nitrogen [µg/l]	Nitrate nitrogen [µg/l]	Nitrite nitrogen [µg/l]	Organic phosphorus [µg/l]	Phosphate [µg/l]	Silicon [µg/l]	Total nitrogen [µg/l]	Total phosphorus [µg/l]
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
18	15.07.2009	55,000	48,000	3,900	10,000	15,000	230,000	239,000	25,000
19	22.07.2009	8,200	2,000	1,600	33,000	6,400	25,000	252,000	39,000
20	29.07.2009	0,700	3,000	1,900	33,000	7,000	180,000	173,000	40,000
21	28.01.2009	6,180	39,900	2,300	7,000	33,720	1062,000	549,700	46,000
22	05.08.2009	10,000	10,000	2,000	14,000	4,900	18,000	159,000	19,000
23	12.08.2009	5,400	9,000	2,200	20,000	4,900	22,000	327,000	25,000
24	19.08.2009	3,300	53,000	1,900	23,000	6,400	23,000	314,000	29,000
25	26.08.2009	6,500	23,000	1,900	6,200	5,800	42,000	127,000	12,000
26	02.09.2009	6,000	9,000	1,400	5,700	7,300	26,000	204,000	13,000
27	10.09.2009	10,000	61,000	3,100	0,800	7,600	170,000	217,000	8,400
28	16.09.2009	8,100	97,000	2,400	9,000	10,000	310,000	307,000	19,000
29	23.09.2009	8,400	16,000	3,100	13,000	9,100	290,000	320,000	22,000
30	30.09.2009	5,600	30,000	1,800	11,000	4,600	110,000	269,000	16,000
31	08.10.2009	6,700	10,000	1,900	19,000	9,700	210,000	0,000	29,000
32	05.02.2009	2,250	4,100	4,200	12,000	23,620	716,000	403,200	35,100
33	15.10.2009	27,000	25,000	7,800	5,000	31,000	360,000	275,000	36,000
34	21.10.2009	26,000	45,000	5,200	6,000	22,000	390,000	307,000	28,000
35	28.10.2009	8,300	,000	2,900	15,000	22,000	1020,000	365,000	37,000
36	05.11.2009	8,900	83,000	3,600	96,000	25,000	520,000	223,000	121,000
37	11.11.2009	48,000	74,000	1,200	7,000	53,000	1570,000	2,000	60,000
38	18.11.2009	7,900	9,200	4,700	12,000	32,000	800,000	223,000	44,000
39	25.11.2009	20,000	55,000	3,800	26,000	30,000	440,000	1,000	56,000
40	30.12.2009	16,000	112,000	5,500	22,000	19,000	390,000	391,000	,000

	Date	Ammonia nitrogen [µg/l]	Nitrate nitrogen [µg/l]	Nitrite nitrogen [µg/l]	Organic phosphorus [µg/l]	Phosphate [µg/l]	Silicon [µg/l]	Total nitrogen [µg/l]	Total phosphorus [µg/l]
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
41	11.02.2009	0,280	2,300	1,700	11,000	11,730	339,000	685,200	18,300
42	18.02.2009	15,000	113,400	2,400	6,000	16,490	284,000	6,900	24,200
43	25.02.2009	14,380	48,600	3,600	7,000	23,020	761,000	569,400	30,200
44	04.03.2009	7,820	22,600	1,000	3,000	9,950	260,000	460,400	13,300
45	11.03.2009	4,200	11,100	1,900	29,000	14,110	766,000	835,100	,000
46	13.01.2010	30,000	116,000	7,200	2,000	46,000	1570,000	638,000	,000
47	22.04.2010	6,600	10,000	0,500	14,000	7,200	610,000	736,000	21,000
48	28.04.2010	13,000	15,000	0,500	26,000	4,200	770,000	790,000	30,000
49	05.05.2010	1,600	18,000	0,500	17,000	2,100	630,000	477,000	19,000
50	12.05.2010	0,700	53,000	0,500	17,000	1,800	270,000	316,000	19,000
51	19.05.2010	4,300	5,000	0,500	22,000	2,400	280,000	385,000	24,000
52	26.05.2010	0,700	4,000	0,500	13,000	3,600	504,000	301,000	17,000
53	03.06.2010	10,000	23,000	0,500	3,000	26,000	1200,000	867,000	29,000
54	09.06.2010	0,700	35,000	0,500	39,000	16,000	1130,000	650,000	55,000
55	16.06.2010	6,300	16,000	0,500	37,000	8,100	530,000	1175,000	45,000
56	23.06.2010	1,400	27,000	0,500	,000	7,200	880,000	755,000	48,000
57	17.02.2010	0,700	196,000	3,800	4,000	33,000	980,000	389,000	37,000
58	30.06.2010	0,700	3,000	0,500	36,000	2,500	610,000	568,000	38,000
59	07.07.2010	0,700	4,400	0,700	26,000	2,500	530,000	476,000	29,000
60	16.07.2010	13,000	67,000	1,600	15,000	1,900	400,000	516,000	21,000
61	21.07.2010	13,000	61,000	2,200	33,000	5,100	500,000	636,000	38,000
62	28.07.2010	3,600	2,900	0,500	23,000	3,600	500,000	5,000	27,000
63	03.08.2010	14,000	,000	3,000	3,100	6,900	840,000	478,000	10,000

	Date	Ammonia nitrogen [µg/l]	Nitrate nitrogen [µg/l]	Nitrite nitrogen [µg/l]	Organic phosphorus [µg/l]	Phosphate [µg/l]	Silicon [µg/l]	Total nitrogen [µg/l]	Total phosphorus [µg/l]
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
64	11.08.2010	30,000	75,000	1,700	19,000	4,800	1530,000	178,000	24,000
65	18.08.2010	0,700	6,500	0,500	77,000	7,200	1320,000	584,000	84,000
66	25.08.2010	2,500	37,000	2,000	30,000	9,600	340,000	2,000	40,000
67	01.09.2010	24,000	30,000	3,900	19,000	16,000	0,000	599,000	35,000
68	03.03.2010	3,300	265,000	9,000	31,000	47,000	2340,000	297,000	78,000
69	08.09.2010	0,700	53,000	0,800	35,000	13,000	820,000	737,000	48,000
70	15.09.2010	5,100	93,000	4,400	,000	15,000	750,000	961,000	56,000
71	22.09.2010	8,700	25,000	4,900	4,000	18,000	550,000	364,000	22,000
72	29.09.2010	0,700	15,000	1,300	30,000	11,000	530,000	689,000	,000
73	06.10.2010	25,000	120,000	5,700	18,000	26,000	0,000	570,000	44,000
74	13.10.2010	29,000	48,000	4,900	8,000	28,000	530,000	1013,000	36,000
75	21.10.2010	26,000	62,000	3,900	20,000	18,000	360,000	1112,000	38,000
76	27.10.2010	0,700	59,000	2,400	25,000	24,000	640,000	6,000	49,000
77	03.11.2010	0,700	15,000	0,500	33,000	13,000	730,000	718,000	46,000
78	12.11.2010	0,700	10,000	0,500	49,000	7,000	900,000	724,000	56,000
79	12.03.2010	0,800	3,500	2,000	25,000	10,000	320,000	323,000	35,000
80	17.11.2010	0,700	45,000	3,300	18,000	19,000	1070,000	589,000	37,000
81	25.11.2010	3,800	26,000	0,600	32,000	20,000	1020,000	744,000	52,000
82	08.12.2010	12,000	32,000	2,400	20,000	11,000	380,000	506,000	31,000
83	15.12.2010	34,000	99,000	3,900	12,000	16,000	440,000	4,000	28,000
84	22.12.2010	100,000	113,000	4,100	16,000	26,000	450,000	745,000	42,000
85	30.12.2010	138,000	101,000	6,100	16,000	25,000	680,000	521,000	,000
86	17.03.2010	0,900	17,000	1,000	7,300	8,700	120,000	106,000	16,000

	Date	Ammonia nitrogen [µg/l]	Nitrate nitrogen [µg/l]	Nitrite nitrogen [µg/l]	Organic phosphorus [µg/l]	Phosphate [µg/l]	Silicon [µg/l]	Total nitrogen [µg/l]	Total phosphorus [µg/l]
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
87	24.03.2010	0,700	2,900	1,100	10,000	17,000	2070,000	559,000	27,000
88	31.03.2010	8,000	74,000	0,500	15,000	7,200	1460,000	474,000	22,000
89	08.04.2010	13,000	20,000	0,500	12,000	13,000	1510,000	513,000	25,000
90	14.04.2010	8,700	4,500	0,500	19,000	8,100	900,000	389,000	19,000
91	12.01.2011	5,250	155,000	4,400	9,000	47,000	1440,000	604,000	56,000
92	06.04.2011	6,730	2,800	1,700	12,000	15,000	870,000	456,000	27,000
93	13.04.2011	38,700	65,000	1,700	18,000	11,000	170,000	3393,000	29,000
94	21.04.2011	0,770	2,600	4,500	13,000	2,700	190,000	409,000	16,000
95	29.04.2011	0,080	29,000	1,100	23,000	4,200	420,000	1362,000	27,000
96	05.05.2011	2,180	61,000	1,700	4,000	4,200	300,000	2007,000	8,000
97	11.05.2011	0,080	46,000	0,600	13,000	2,700	210,000	872,000	16,000
98	18.05.2011	0,080	12,000	0,500	22,000	3,000	190,000	1734,000	25,000
99	25.05.2011	0, 0	75,000	2,900	16,000	2,500	450,000	723,000	19,000
100	01.06.2011	3,760	130,000	1,900	18,000	3,100	0,000	377,000	21,000
101	09.06.2011	0,080	25,000	1,000	15,000	3,100	340,000	618,000	18,000
102	19.01.2011	0,170	170,000	4,100	36,000	27,000	1020,000	1253,000	63,000
103	15.06.2011	3, 0	65,000	2,100	11,000	5,800	250,000	648,000	17,000
104	22.06.2011	2,180	71,000	1,400	20,000	5,500	140,000	565,000	25,000
105	29.06.2011	7,780	76,000	2,200	12,000	12,000	120,000	2,000	24,000
106	20.07.2011	1, 0	82,000	2,640	12,500	8,510	370,000	618,000	21,000
107	27.07.2011	29,800	34,000	0,880	25,200	4,340	530,000	473,000	29,500
108	03.08.2011	11,600	32,000	3,630	17,000	9,710	160,000	736,000	26,700
109	10.08.2011	2,530	61,300	2, 0	9,890	8,210	110,000	399,000	18,100

	Date	Ammonia nitrogen [µg/l]	Nitrate nitrogen [µg/l]	Nitrite nitrogen [µg/l]	Organic phosphorus [µg/l]	Phosphate [µg/l]	Silicon [µg/l]	Total nitrogen [µg/l]	Total phosphorus [µg/l]
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
110	17.08.2011	0,780	50,200	1,720	16,300	2,780	94,500	377,000	19,100
111	26.01.2011	0,170	289,000	3,400	17,000	29,000	1250,000	668,000	46,000
112	31.08.2011	3,930	1,000	1,890	8,010	7,290	340,000	6,000	15,300
113	07.09.2011	7,080	104,000	2,280	16,100	6,690	200,000	653,000	22,800
114	14.09.2011	2,880	65,400	2,050	11,800	9,100	230,000	7,000	20,900
115	12.10.2011	11,600	129,000	5,650	7,300	19,300	0,000	783,000	26,600
116	19.10.2011	8,760	51,600	2,830	6,100	9,100	270,000	452,000	15,200
117	27.10.2011	8,550	152,000	1,500	13,800	10,900	710,000	683,000	24,700
118	02.02.2011	0,170	6,600	1,300	21,000	11,000	700,000	618,000	32,000
119	02.11.2011	4,480	152,000	1,580	27,600	12,400	710,000	793,000	40,000
120	16.11.2011	4,490	53,600	0,920	13,200	14,700	620,000	502,000	27,900
121	07.12.2011	22,200	107,000	5,160	16,800	15,900	380,000	497,000	32,700
122	14.12.2011	2,460	57,400	5,230	13,100	25,300	970,000	527,000	38,400
123	22.12.2011	12,400	150,000	5,860	4,500	34,900	1320,000	723,000	39,400
124	09.02.2011	1,980	32,000	0,700	5,200	8,800	220,000	246,000	14,000
125	11.03.2011	21,900	103,000	1,200	7,000	14,000	660,000	1977,000	21,000
126	16.03.2011	0,170	2,200	0,500	45,000	24,000	1770,000	19,000	67,000
127	23.03.2011	0,170	27,000	2,000	6,000	11,000	560,000	5,000	17,000
128	30.03.2011	0,170	22,000	0,500	28,000	19,000	1010,000	500,000	47,000
129	15.08.2012	15,900	63,800	2,900	12,100	9,910	170,000	588,000	22,000
130	05.12.2012	44,000	186,000	5,780	11,400	34,000	950,000	874,000	45,400
131	13.12.2012	23,900	52,000	9,880	28,400	14,100	690,000	808,000	42,800
132	24.12.2012	30,700	171,000	6,790	3,400	25,400	670,000	1144,000	28,800

	Date	Ammonia nitrogen [µg/l]	Nitrate nitrogen [µg/l]	Nitrite nitrogen [µg/l]	Organic phosphorus [µg/l]	Phosphate [µg/l]	Silicon [µg/l]	Total nitrogen [µg/l]	Total phosphorus [µg/l]
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
133	03.01.2013	19,200	40,800	8,180	0,500	16,500	350,000	568,000	17,000
134	06.03.2013	291,000	234,000	12,900	83,000	113,000	89,800	1615,000	196,000
135	14.03.2013	226,000	27,900	5,0	59,700	50,400	2300,000	1162,000	110,000
136	28.03.2013	18,300	26,200	2,620	27,800	12,500	570,000	175,000	40,300
137	18.01.2014	117,000	1,000	7,630	38,700	51,800	1120,000	1037,000	90,500
138	23.01.2014	17,500	112,000	10,600	12,000	53,000	1230,000	700,000	65,000
139	30.01.2014	31,100	72,600	10,200	6,400	33,900	750,000	425,000	40,300
140	06.02.2014	214,000	144,000	10,300	7,400	57,500	470,000	797,000	64,900
141	13.02.2014	51,500	10,400	4,940	49,800	38,400	1030,000	935,000	88,200
142	21.02.2014	16,800	18,300	2,900	29,900	19,200	600,000	525,000	49,100
143	27.02.2014	194,000	62,600	7,360	34,400	81,600	1050,000	673,000	116,000
144	23.04.2014	96,000	233,000	2,720	13,300	33,700	210,000	1020,000	47,000
145	09.10.2014	104,000	66,300	6,730	35,300	27,700	740,000	887,000	63,000
146	15.10.2014	15,800	48,800	2,500	19,700	26,000	580,000	398,000	45,700
147	22.10.2014	23,200	42,800	3,000	17,800	17,800	220,000	249,000	35,600
148	30.10.2014	19,300	8,670	7,950	11,700	32,000	750,000	773,000	,700
149	26.11.2014	16,000	46,800	3,500	23,200	13,400	630,000	388,000	36,600
150	07.10.2015	16,700	214,000	4,040	16,000	13,000	300,000	892,000	29,000
151	30.09.2016	28,900	61,700	3,810	15,350	22,200	320,000	546,000	37,600
152	12.02.2016	17,200	39,100	1,700	32,400	25,800	1290,000	770,000	58,200
153	27.04.2018	22,200	2,000	3,920	14,720	18,280	584,260	638,000	33,000
154	12.09.2018	27,700	83,900	7,360	12,740	23,260	381,000	863,000	36,000
155	26.09.2018	0,890	50,700	5,140	11,760	7,240	445,000	478,000	19,000

	Date	Ammonia nitrogen [µg/l]	Nitrate nitrogen [µg/l]	Nitrite nitrogen [µg/l]	Organic phosphorus [µg/l]	Phosphate [µg/l]	Silicon [µg/l]	Total nitrogen [µg/l]	Total phosphorus [µg/l]
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
156	24.10.2018	1,170	30,300	2,110	12,670	19,330	516,000	607,000	32,000
157	31.10.2018	7,850	99,300	6,100	8,530	24,470	454,000	572,000	33,000
158	21.11.2018	1,750	83,900	4,030	12,150	33,850	1292,000	582,000	46,000
159	05.12.2018	11,400	68,500	4,470	12,500	27,500	957,000	597,000	40,000
160	03.10.2018	53,000	65,600	2,250	2,810	14,190	362,000	523,000	17,000
161	14.03.2018	16,900	14,300	2,830	8,300	17,680	1391,500	405,000	26,000
162	11.12.2019	25,590	124,030	2,110	8,630	20,540	252,100	1057,000	29,200

Таблиця 1. 2 - Матриця коефіцієнтів кореляції результатів моніторингу за станом евтрофікації морської води

	<b>Ammonia nitrogen [g/l]</b>	<b>Nitrate nitrogen [g/l]</b>	<b>Nitrite nitrogen [g/l]</b>	<b>Organic phosphorus [g/l]</b>	<b>Phosphate [g/l]</b>	<b>Silicon [g/l]</b>	<b>Total nitrogen [g/l]</b>	<b>Total phosphorus [g/l]</b>
<b>Ammonia nitrogen [g/l]</b>	1.00	0.31	0.54	0.25	0.70	0.11	0.17	0.61
<b>Nitrate nitrogen [g/l]</b>	0.31	1.00	0.46	-0.02	0.47	0.15	0.13	0.29
<b>Nitrite nitrogen [g/l]</b>	0.54	0.46	1.00	0.00	0.71	0.12	0.04	0.46
<b>Organic phosphorus [g/l]</b>	0.25	-0.02	0.00	1.00	0.17	0.13	0.26	0.78
<b>Phosphate [g/l]</b>	0.70	0.47	0.71	0.17	1.00	0.42	0.16	0.75
<b>Silicon [g/l]</b>	0.11	0.15	0.12	0.13	0.42	1.00	0.14	0.35
<b>Total nitrogen [g/l]</b>	0.17	0.13	0.04	0.26	0.16	0.14	1.00	0.27
<b>Total phosphorus [g/l]</b>	0.61	0.29	0.46	0.78	0.75	0.35	0.27	1.00

## ДОДАТОК 2 - Центровані і нормовані значення результатів моніторингу

	Date	Ammonia nitrogen	Nitrate nitrogen	Nitrite nitrogen	Organic phosphorus	Phosphate	Silicon	Total nitrogen	Total phosphorus	1 main component	2 main component	3 main component
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	15.01.2009	-0.	-0.18	0.7820	-0.1652	0.3906	-0.6174	1.6845	0.1314	0.4246	0.1621	0.0191
2	18.03.2009	-0.	-0.8606	-0.6315	-0.8588	-0.4733	-0.0880	-0.1401	-0.8722	-1.5671	-0.1773	0.2750
3	26.03.2009	-0.39	-0.8031	-0.5900	5.3838	-0.5321	-0.7330	1.9537	3.2561	2.2010	5.7807	-1.7736
4	01.04.2009	-0.2705	-0.8803	-0.1742	-1.1111	0.0568	0.8863	-0.5867	-0.7035	-0.9150	-0.6356	0.8964

	Date	Ammonia nitrogen	Nitrate nitrogen	Nitrite nitrogen	Organic phosphorus	Phosphate	Silicon	Total nitrogen	Total phosphorus	1 main component	2 main component	3 main component
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	08.04.2009	-0.2155	-0.7332	-0.4237	-1.1111	-0.0218	1.2889	-0.1819	-0.7457	-0.81	-0.08	1.3908
6	15.04.2009	0.20	-0.2989	-0.2989	-1.0480	-0.0218	0.88	-0.2935	-0.7035	-0.5811	-0.6937	0.8886
7	22.04.2009	-0.2005	-0.2702	-0.7563	-0.6949	-0.5321	-0.3237	-0.6006	-0.7878	-1.4277	-0.4068	-0.0640
8	29.04.2009	-0.20	-0.9216	-0.6315	-0.6318	-0.8269	0.2679	-0.1257	-0.25	-1.3198	0.2264	0.3595
9	06.05.2009	-0.1455	-0.8785	-0.8810	0.1501	-0.9247	-0.3794	-0.4250	-0.9945	-1.6878	0.4784	-0.3734
10	13.05.2009	-0.3554	-0.7385	-0.8810	-0.8778	-0.9055	-0.7152	-0.6119	-1.1631	-2.1682	-0.3770	-0.3306

	Date	Ammonia nitrogen	Nitrate nitrogen	Nitrite nitrogen	Organic phosphorus	Phosphate	Silicon	Total nitrogen	Total phosphorus	1 main component	2 main component	3 main component
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
11	20.05.2009	-0.3279	-0.7475	-0.4652	-0.6318	-0.7284	-0.7308	-0.6494	-0.8722	-1.7265	-0.3444	-0.5167
12	21.01.2009	-0.3030	0.0581	0.57	-0.6697	1.7066	1.6893	-0.1161	0.5868	1.4081	-0.6644	1.5831
13	27.05.2009	-0.4254	-0.8498	-0.5900	-0.74	-0.8071	-1.3314	-0.4748	-0.7878	-1.8930	-0.0679	-0.9957
14	03.06.2009	-0.1180	-0.9287	1.6134	-0.2283	0.6067	-1.0689	-0.3163	0.2537	0.3602	-0.7080	-1.2753
15	10.06.2009	-0.2155	-0.7565	-0.4652	-0.3544	0.4891	-0.0146	-0.1956	0.0471	-0.3475	0.1190	0.0632
16	17.06.2009	0.27	-0.9180	-0.7147	-0.1652	-0.6504	-1.0578	-0.7627	-0.4969	-1.3809	0.0993	-1.1614

	Date	Ammonia nitrogen	Nitrate nitrogen	Nitrite nitrogen	Organic phosphorus	Phosphate	Silicon	Total nitrogen	Total phosphorus	1 main component	2 main component	3 main component
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
17	24.06.2009	-0.1405	-0.8893	-0.5900	-0.2913	-0.3576	-0.7686	-0.5937	-0.4210	-1.2567	0.0508	-0.7136
18	15.07.2009	0.8840	-0.1536	0.3662	-0.56	-0.1593	-0.8576	-0.8170	-0.4631	-0.3038	-1.0123	-1.1249
19	22.07.2009	-0.2855	-0.9790	-0.5900	0.9068	-0.7277	-1.3136	-0.7903	0.1272	-1.1198	0.9917	-1.5837
20	29.07.2009	-0.4729	-0.9610	-0.4652	0.9068	-0.6881	-0.9688	-0.9522	0.1694	-1.0562	0.9368	-1.3063
21	28.01.2009	-0.3359	-0.2989	-0.2989	-0.7327	1.0780	0.9931	-0.1804	0.4224	0.3954	-0.2378	1.0735
22	05.08.2009	-0.2405	-0.8354	-0.4237	-0.2913	-0.8269	-1.3292	-0.9809	-0.7162	-1.7797	-0.2244	-1.2662

	Date	Ammonia nitrogen	Nitrate nitrogen	Nitrite nitrogen	Organic phosphorus	Phosphate	Silicon	Total nitrogen	Total phosphorus	1 main component	2 main component	3 main component
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
23	12.08.2009	-0.3554	-0.8534	-0.3405	0.0870	-0.8269	-1.3203	-0.6367	-0.4631	-1.5258	0.2024	-1.2656
24	19.08.2009	-0.4079	-0.0639	-0.4652	0.2762	-0.7277	-1.3180	-0.6633	-0.2945	-1.1972	0.1118	-1.1636
25	26.08.2009	-0.3279	-0.6022	-0.4652	-0.7832	-0.7674	-1.2758	-1.0464	-1.0113	-1.9977	-0.7258	-1.0017
26	02.09.2009	-0.3404	-0.8534	-0.6731	-0.8147	-0.6683	-1.3114	-0.8887	-0.9692	-2.07	-0.5205	-0.9815
27	10.09.2009	-0.2405	0.0796	0.0336	-1.1237	-0.6484	-0.9911	-0.8620	-1.1631	-1.5806	-1.3919	-0.5926
28	16.09.2009	-0.2880	0.7256	-0.2574	-0.6066	-0.4898	-0.6796	-0.6777	-0.7162	-1.0060	-0.9677	-0.2889

	Date	Ammonia nitrogen	Nitrate nitrogen	Nitrite nitrogen	Organic phosphorus	Phosphate	Silicon	Total nitrogen	Total phosphorus	1 main component	2 main component	3 main component
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
29	23.09.2009	-0.2805	-0.7278	0.0336	-0.3544	-0.5493	-0.72	-0.6510	-0.5896	-1.2209	-0.3265	-0.6955
30	30.09.2009	-0.3504	-0.4766	-0.5068	-0.4805	-0.8467	-1.1245	-0.7555	-0.8427	-1.7861	-0.37	-0.8612
31	08.10.2009	-0.3229	-0.8354	-0.4652	0.0240	-0.5096	-0.9021	-0.4257	-0.2945	-1.2061	0.3125	-0.8323
32	05.02.2009	-0.	-0.93	0.4910	-0.74	0.04	0.2235	-0.4806	-0.0372	-0.2183	-0.3114	0.0857
33	15.10.2009	0.18	-0.5663	1.9876	-0.8588	0.8982	-0.5684	-0.72	0.0007	0.6347	-1.6628	-0.8720
34	21.10.2009	0.1593	-0.2074	0.9067	-0.7958	0.3034	-0.5017	-0.6777	-0.3366	-0.0892	-1.2736	-0.5735

	Date	Ammonia nitrogen	Nitrate nitrogen	Nitrite nitrogen	Organic phosphorus	Phosphate	Silicon	Total nitrogen	Total phosphorus	1 main component	2 main component	3 main component
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
35	28.10.2009	-0.2830	-0.23	-0.0495	-0.2283	0.3034	0.8997	-0.5588	0.0429	0.0111	-0.1525	0.7076
36	05.11.2009	-0.2680	0.4744	0.25	4.8794	0.5017	-0.2125	-0.8497	3.5850	3.0826	3.6283	-1.95
37	11.11.2009	0.7091	0.3129	-0.7563	-0.7327	2.3524	2.1231	-0.8088	1.0127	1.8753	-0.5262	1.6715
38	18.11.2009	-0.2930	-0.8498	0.6988	-0.74	0.96	0.03	-0.8497	0.3380	0.3709	-0.5376	0.0601
39	25.11.2009	0.0094	-0.0280	0.3247	0.4654	0.8321	-0.3905	-0.4646	0.84	0.8722	0.0866	-0.6810
40	30.12.2009	-0.0906	0.9947	1.0314	0.2131	0.1051	-0.5017	-0.5056	0.2115	0.67	-0.8287	-0.5968

	Date	Ammonia nitrogen	Nitrate nitrogen	Nitrite nitrogen	Organic phosphorus	Phosphate	Silicon	Total nitrogen	Total phosphorus	1 main component	2 main component	3 main component
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
41	11.02.2009	-0.4834	-0.9736	-0.5484	-0.4805	-0.3754	-0.6151	0.0972	-0.7457	-1.4644	0.1290	-0.2100
42	18.02.2009	-0.1155	1.0199	-0.2574	-0.7958	-0.0608	-0.7375	0.0126	-0.4969	-0.4795	-0.9968	-0.0925
43	25.02.2009	-0.1310	-0.1428	0.25	-0.7327	0.3708	0.3235	-0.1401	-0.29	-0.0733	-0.6695	0.4463
44	04.03.2009	-0.2950	-0.6094	-0.8394	-0.9850	-0.4931	-0.7909	-0.3634	-0.9565	-1.7930	-0.4524	-0.2955
45	11.03.2009	-0.3854	-0.8157	-0.4652	0.6545	-0.2181	0.3347	0.40	0.2959	-0.2281	1.2633	0.2340
46	13.01.2010	0.2593	1.0665	1.7382	-1.0480	1.8897	2.1231	0.0005	0.2959	2.3448	-1.8582	1.9242

	Date	Ammonia nitrogen	Nitrate nitrogen	Nitrite nitrogen	Organic phosphorus	Phosphate	Silicon	Total nitrogen	Total phosphorus	1 main component	2 main component	3 main component
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
47	22.04.2010	-0.3254	-0.8354	-1.0473	-0.2913	-0.6749	-0.0123	0.2012	-0.6318	-1.94	0.5806	0.2834
48	28.04.2010	-0.1655	-0.7457	-1.0473	0.4654	-0.8731	0.36	0.3119	-0.2523	-0.9765	1.2538	0.3190
49	05.05.2010	-0.4504	-0.6919	-1.0473	-0.1022	-1.0120	0.0322	-0.3294	-0.7162	-1.6876	0.5202	0.1703
50	12.05.2010	-0.4729	-0.0639	-1.0473	-0.1022	-1.0318	-0.7686	-0.6592	-0.7162	-1.7626	0.0952	-0.4709
51	19.05.2010	-0.3829	-0.9252	-1.0473	0.2131	-0.9921	-0.7464	-0.5179	-0.5053	-1.7453	0.7226	-0.6897
52	26.05.2010	-0.4729	-0.91	-1.0473	-0.3544	-0.9128	-0.2481	-0.6899	-0.8005	-1.9482	0.2548	-0.1186

	Date	Ammonia nitrogen	Nitrate nitrogen	Nitrite nitrogen	Organic phosphorus	Phosphate	Silicon	Total nitrogen	Total phosphorus	1 main component	2 main component	3 main component
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
53	03.06.20 10	-0.2405	-0.6022	-1.0473	-0.9850	0.5678	1.3000	0.4696	-0.2945	-0.4061	0.1372	1.6691
54	09.06.20 10	-0.4729	-0.3869	-1.0473	1.2851	-0.0932	1.14	0.0251	0.8019	0.2126	1.8488	0.7669
55	16.06.20 10	-0.3329	-0.7278	-1.0473	1.1590	-0.6154	-0.1903	1.1006	0.3802	-0.4273	2.0779	-0.0708
56	23.06.20 10	-0.4554	-0.5304	-1.0473	1.12	-0.6749	0.5882	0.2402	0.5067	-0.3004	2.0151	0.3081
57	17.02.20 10	-0.4729	2.5019	0.3247	-0.9219	1.0304	0.8107	-0.5097	0.0429	1.0302	-1.8927	1.3405
58	30.06.20 10	-0.4729	-0.9610	-1.0473	1.0959	-0.9855	-0.0123	-0.1429	0.0850	-1.0609	1.7053	-0.2520

	Date	Ammonia nitrogen	Nitrate nitrogen	Nitrite nitrogen	Organic phosphorus	Phosphate	Silicon	Total nitrogen	Total phosphorus	1 main component	2 main component	3 main component
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
59	07.07.20 10	-0.4729	-0.9359	-0.96	0.4654	-0.9855	-0.1903	-0.3314	-0.2945	-1.14	1.0507	-0.2547
60	16.07.20 10	-0.1655	0.1873	-0.5900	-0.2283	-1.0252	-0.4794	-0.2495	-0.6318	-1.20	-0.1015	-0.2216
61	21.07.20 10	-0.1655	0.0796	-0.3405	0.9068	-0.8137	-0.2570	-0.0036	0.0850	-0.3621	0.8647	-0.3872
62	28.07.20 10	-0.4004	-0.9628	-1.0473	0.2762	-0.9128	-0.2570	-0.54	-0.3788	-1.5218	0.8898	-0.2853
63	03.08.20 10	-0.1405	-0.2792	-0.0079	-0.9787	-0.6947	0.4993	-0.3273	-1.0957	-1.1864	-0.7882	0.6518
64	11.08.20 10	0.2593	0.3308	-0.5484	0.0240	-0.8335	2.03	-0.99	-0.5053	-0.3493	-0.0213	1.4565

	Date	Ammonia nitrogen	Nitrate nitrogen	Nitrite nitrogen	Organic phosphorus	Phosphate	Silicon	Total nitrogen	Total phosphorus	1 main component	2 main component	3 main component
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
65	18.08.2010	-0.4729	-0.8982	-1.0473	3.6813	-0.6749	1.5670	-0.1102	2.0248	1.0318	4.0831	0.1893
66	25.08.2010	-0.4279	-0.3510	-0.4237	0.7176	-0.5162	-0.6129	-0.4216	0.1694	-0.6398	0.7519	-0.7184
67	01.09.2010	0.1094	-0.4766	0.3662	0.0240	-0.0932	-0.27	-0.0794	-0.05	-0.1178	-0.0330	-0.5427
68	03.03.2010	-0.4079	3.7400	2.4865	0.7806	1.9558	3.8358	-0.6981	1.7718	4.5705	-1.5300	3.0342
69	08.09.2010	-0.4729	-0.0639	-0.9225	1.0329	-0.2915	0.4548	0.2033	0.5067	-0.0708	1.4475	0.3746
70	15.09.2010	-0.3629	0.6538	0.57	1.12	-0.1593	0.2991	0.6622	0.84	1.1095	1.0206	0.1012

	Date	Ammonia nitrogen	Nitrate nitrogen	Nitrite nitrogen	Organic phosphorus	Phosphate	Silicon	Total nitrogen	Total phosphorus	1 main component	2 main component	3 main component
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
71	22.09.2010	-0.2730	-0.5663	0.7820	-0.9219	0.0390	-0.1458	-0.5609	-0.5896	-0.5985	-1.0829	-0.1037
72	29.09.2010	-0.4729	-0.7457	-0.7147	0.7176	-0.4237	-0.1903	0.1050	0.2115	-0.6319	1.28	-0.22
73	06.10.2010	0.13	1.1383	1.1146	-0.0391	0.5678	-0.27	-0.1388	0.3380	1.1142	-1.0127	-0.3991
74	13.10.2010	0.23	-0.1536	0.7820	-0.6697	0.6999	-0.1903	0.7687	0.0007	0.6118	-0.6071	0.0591
75	21.10.2010	0.1593	0.0976	0.3662	0.0870	0.0390	-0.5684	0.9715	0.0850	0.3527	0.1484	-0.3075
76	27.10.2010	-0.4729	0.08	-0.2574	0.4023	0.56	0.0544	-0.45	0.5489	0.2256	0.3345	-0.0277

	Date	Ammonia nitrogen	Nitrate nitrogen	Nitrite nitrogen	Organic phosphorus	Phosphate	Silicon	Total nitrogen	Total phosphorus	1 main component	2 main component	3 main component
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
77	03.11.2010	-0.4729	-0.7457	-1.0473	0.9068	-0.2915	0.2546	0.1644	0.4224	-0.66	1.6113	0.1456
78	12.11.2010	-0.4729	-0.8354	-1.0473	1.9157	-0.6881	0.6327	0.1767	0.84	-0.1167	2.5488	0.1095
79	12.03.2010	-0.4704	-0.9521	-0.4237	0.4023	-0.4898	-0.6574	-0.6449	-0.05	-1.07	0.6236	-0.7997
80	17.11.2010	-0.4729	-0.2074	0.1168	-0.0391	0.1051	1.0109	-0.0999	0.0429	0.0600	0.1119	0.9117
81	25.11.2010	-0.3954	-0.5484	-1.0057	0.87	0.1712	0.8997	0.2176	0.6754	0.1507	1.5503	0.7085
82	08.12.2010	-0.1905	-0.4407	-0.2574	0.0870	-0.4237	-0.5239	-0.2700	-0.2101	-0.7504	0.2111	-0.5058

	Date	Ammonia nitrogen	Nitrate nitrogen	Nitrite nitrogen	Organic phosphorus	Phosphate	Silicon	Total nitrogen	Total phosphorus	1 main component	2 main component	3 main component
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
83	15.12.2010	0.3592	0.7615	0.3662	-0.74	-0.0932	-0.3905	-0.4031	-0.3366	0.0403	-1.0061	-0.3407
84	22.12.2010	2.0085	1.0127	0.4494	-0.1652	0.5678	-0.3682	0.2197	0.2537	1.6028	-0.8455	-0.7363
85	30.12.2010	2.9580	0.7974	1.2809	-0.1652	0.5017	0.14	-0.2392	0.2115	2.2334	-1.3006	-0.9216
86	17.03.2010	-0.4679	-0.7098	-0.8394	-0.7138	-0.5757	-1.1023	-1.0894	-0.8427	-2.0063	-0.4534	-0.8116
87	24.03.2010	-0.4729	-0.9628	-0.7978	-0.56	-0.0271	3.2352	-0.1614	-0.3788	-0.4046	0.5456	2.9083
88	31.03.2010	-0.2905	0.3129	-1.0473	-0.2283	-0.6749	1.8784	-0.3355	-0.5896	-0.7279	0.21	1.8423

	Date	Ammonia nitrogen	Nitrate nitrogen	Nitrite nitrogen	Organic phosphorus	Phosphate	Silicon	Total nitrogen	Total phosphorus	1 main component	2 main component	3 main component
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
89	08.04.2010	-0.1655	-0.6560	-1.0473	-0.74	-0.2915	1.9896	-0.2556	-0.4631	-0.7162	0.4487	1.8108
90	14.04.2010	-0.2730	-0.93	-1.0473	0.0240	-0.6154	0.6327	-0.5097	-0.7162	-1.3560	0.6026	0.5089
91	12.01.2011	-0.3592	1.7663	0.57	-0.6066	1.9558	1.8339	-0.0692	0.84	2.1739	-1.1914	1.9912
92	06.04.2011	-0.3222	-0.9646	-0.5484	-0.74	-0.1593	0.5660	-0.3724	-0.3788	-0.9157	0.1871	0.5259
93	13.04.2011	0.4767	0.1514	-0.5484	-0.0391	-0.4237	-0.9911	5.6446	-0.2945	0.4230	1.9218	0.7993
94	21.04.2011	-0.4711	-0.9682	0.6157	-0.3544	-0.9723	-0.9466	-0.4687	-0.8427	-1.4925	-0.94	-0.8934

	Date	Ammonia nitrogen	Nitrate nitrogen	Nitrite nitrogen	Organic phosphorus	Phosphate	Silicon	Total nitrogen	Total phosphorus	1 main component	2 main component	3 main component
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
95	29.04.20 11	-0.4884	-0.4945	-0.7978	0.2762	-0.8731	-0.50	1.4837	-0.3788	-1.0247	1.2464	0.1904
96	05.05.20 11	-0.59	0.0796	-0.5484	-0.9219	-0.8731	-0.7019	2.8051	-1.1800	-1.2557	0.3222	0.7987
97	11.05.20 11	-0.4884	-0.1895	-1.0057	-0.3544	-0.9723	-0.9021	0.4799	-0.8427	-1.7179	0.2893	-0.1892
98	18.05.20 11	-0.4884	-0.7996	-1.0473	0.2131	-0.9525	-0.9466	2.2458	-0.4631	-1.2850	1.6192	0.0000
99	25.05.20 11	-0.4796	0.3308	-0.0495	-0.1652	-0.9855	-0.3682	0.1746	-0.7162	-1.0349	-0.1844	0.0307
100	01.06.20 11	-0.3964	1.3177	-0.4652	-0.0391	-0.9459	-0.4572	-0.5342	-0.6318	-0.9256	-0.52	-0.0821

	Date	Ammonia nitrogen	Nitrate nitrogen	Nitrite nitrogen	Organic phosphorus	Phosphate	Silicon	Total nitrogen	Total phosphorus	1 main component	2 main component	3 main component
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
101	09.06.20 11	-0.4884	-0.5663	-0.8394	-0.2283	-0.9459	-0.6129	-0.0405	-0.7583	-1.7031	0.3162	-0.2332
102	19.01.20 11	-0.4861	2.0354	0.4494	1.0959	0.6338	0.8997	1.2604	1.1392	2.0914	0.5746	1.1578
103	15.06.20 11	-0.4052	0.1514	-0.3821	-0.4805	-0.7674	-0.8131	0.0210	-0.8005	-1.3201	-0.3578	-0.2760
104	22.06.20 11	-0.59	0.2591	-0.6731	0.0870	-0.7872	-1.0578	-0.1491	-0.4631	-1.2045	0.1185	-0.6394
105	29.06.20 11	-0.2960	0.3488	-0.3405	-0.74	-0.3576	-1.1023	-0.4625	-0.5053	-0.9954	-0.5979	-0.6869
106	20.07.20 11	-0.4551	0.4564	-0.1576	-0.3859	-0.5883	-0.5462	-0.0405	-0.6318	-0.9284	-0.4723	-0.0750

	Date	Ammonia nitrogen	Nitrate nitrogen	Nitrite nitrogen	Organic phosphorus	Phosphate	Silicon	Total nitrogen	Total phosphorus	1 main component	2 main component	3 main component
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
107	27.07.20 11	0.25	-0.4048	-0.8893	0.49	-0.8639	-0.1903	-0.3376	-0.2734	-0.89	0.7033	-0.3942
108	03.08.20 11	-0.2005	-0.4407	0.2540	-0.1022	-0.5090	-1.0133	0.2012	-0.3915	-0.7644	-0.0511	-0.7836
109	10.08.20 11	-0.4272	0.0850	-0.2532	-0.5505	-0.6081	-1.1245	-0.4892	-0.75	-1.3747	-0.6520	-0.6813
110	17.08.20 11	-0.4709	-0.11	-0.5401	-0.1463	-0.9670	-1.1590	-0.5342	-0.7119	-1.6277	-0.1320	-0.8291
111	26.01.20 11	-0.4861	4.1706	0.1584	-0.1022	0.7660	1.13	0.0619	0.4224	1.9285	-1.4879	2.0392
112	31.08.20 11	-0.3922	1.5510	-0.4694	-0.6690	-0.6689	-0.6129	0.0107	-0.8722	-0.9365	-0.9917	0.1952

	Date	Ammonia nitrogen	Nitrate nitrogen	Nitrite nitrogen	Organic phosphorus	Phosphate	Silicon	Total nitrogen	Total phosphorus	1 main component	2 main component	3 main component
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
113	07.09.20 11	-0.3135	0.8512	-0.3073	-0.1589	-0.7086	-0.92	0.0312	-0.5559	-0.8516	-0.3923	-0.3952
114	14.09.20 11	-0.84	0.1586	-0.4029	-0.01	-0.5493	-0.8576	-0.4523	-0.6360	-1.2259	-0.47	-0.4595
115	12.10.20 11	-0.2005	1.2998	1.0938	-0.7138	0.1249	-0.27	0.2975	-0.3957	0.3575	-1.4684	0.0982
116	19.10.20 11	-0.2715	-0.0890	-0.0786	-0.7895	-0.5493	-0.7686	-0.3806	-0.8764	-1.2845	-0.8035	-0.3848
117	27.10.20 11	-0.2767	1.7124	-0.6315	-0.3039	-0.03	0.2101	0.0927	-0.4758	-0.3103	-0.5662	0.7848
118	02.02.20 11	-0.4861	-0.8964	-0.7147	0.1501	-0.4237	0.1879	-0.0405	-0.1680	-0.9421	0.8036	0.2142

	Date	Ammonia nitrogen	Nitrate nitrogen	Nitrite nitrogen	Organic phosphorus	Phosphate	Silicon	Total nitrogen	Total phosphorus	1 main component	2 main component	3 main component
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
119	02.11.2011	-0.3784	1.7124	-0.5983	0.5662	-0.3312	0.2101	0.3180	0.1694	0.2697	0.2548	0.5835
120	16.11.2011	-0.3782	-0.0531	-0.8727	-0.38	-0.1791	0.0099	-0.2782	-0.3409	-0.8817	0.0248	0.2946
121	07.12.2011	0.0644	0.9050	0.8901	-0.1148	-0.0998	-0.5239	-0.2884	-0.1385	0.3136	-0.9630	-0.4821
122	14.12.2011	-0.4289	0.0151	0.9192	-0.3481	0.5215	0.7884	-0.2269	0.1019	0.5276	-0.6321	0.6885
123	22.12.2011	-0.1805	1.6766	1.1811	-0.8904	1.1560	1.5670	0.1746	0.14	1.6427	-1.6222	1.7793
124	09.02.2011	-0.4409	-0.4407	-0.96	-0.8462	-0.5691	-0.8798	-0.8026	-0.9270	-1.9359	-0.4971	-0.4447

	Date	Ammonia nitrogen	Nitrate nitrogen	Nitrite nitrogen	Organic phosphorus	Phosphate	Silicon	Total nitrogen	Total phosphorus	1 main component	2 main component	3 main component
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
125	11.03.20 11	0.0569	0.8332	-0.7563	-0.7327	-0.2254	0.0989	2.77	-0.6318	-0.1233	0.3160	1.3677
126	16.03.20 11	-0.4861	-0.9754	-1.0473	1.6634	0.56	2.5679	7.57	1.3079	2.2366	5.1028	3.8977
127	23.03.20 11	-0.4861	-0.5304	-0.4237	-0.7958	-0.4237	-0.1236	-0.1942	-0.8005	-1.3587	-0.3496	0.2484
128	30.03.20 11	-0.4861	-0.6201	-1.0473	0.5915	0.1051	0.8774	-0.2823	0.4645	-0.2088	1.2114	0.6546
129	15.08.20 12	-0.0931	0.1299	-0.0495	-0.11	-0.4957	-0.9911	-0.1020	-0.5896	-0.8827	-0.5159	-0.6397
130	05.12.20 12	0.6091	2.3225	1.1478	-0.4553	1.0965	0.7440	0.4840	0.3971	2.2104	-1.5292	0.9075

	Date	Ammonia nitrogen	Nitrate nitrogen	Nitrite nitrogen	Organic phosphorus	Phosphate	Silicon	Total nitrogen	Total phosphorus	1 main component	2 main component	3 main component
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
131	13.12.20 12	0.1069	-0.0818	2.8523	0.6167	-0.2188	0.1656	0.3487	0.2874	1.3816	-0.4864	-0.4671
132	24.12.20 12	0.2768	2.0534	1.5677	-0.9597	0.5281	0.1211	1.0371	-0.3029	1.3759	-1.8858	0.7283
133	03.01.20 13	-0.0106	-0.2828	2.1456	-1.1426	-0.0602	-0.5907	-0.1429	-0.8005	-0.1233	-1.8680	-0.5236
134	06.03.20 13	6.7813	3.1838	4.1078	4.0596	6.3181	-1.1695	2.0020	6.7476	12.6402	0.62	-4.1132
135	14.03.20 13	5.1570	-0.51	0.9940	2.5904	2.1805	3.7468	1.0740	3.1211	6.5749	2.3133	0.5866
136	28.03.20 13	-0.0331	-0.5448	-0.1659	0.5789	-0.3245	-0.1013	-0.9481	0.1820	-0.3451	0.20	-0.6049

	Date	Ammonia nitrogen	Nitrate nitrogen	Nitrite nitrogen	Organic phosphorus	Phosphate	Silicon	Total nitrogen	Total phosphorus	1 main component	2 main component	3 main component
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
137	18.01.20 13	2.33	1.5510	1.9169	1.2662	2.2730	1.1221	0.8179	2.2989	5.0807	-0.0802	-0.1176
138	23.01.20 13	-0.0531	0.9947	3.1517	-0.74	2.3524	1.3668	0.1275	1.2236	3.4044	-1.8065	0.9614
139	30.01.20 13	0.2868	0.2878	2.9854	-0.7706	1.0899	0.2991	-0.59	0.1820	1.7483	-2.1287	-0.1480
140	06.02.20 13	4.8572	1.5689	3.0269	-0.7075	2.6498	-0.3237	0.3262	1.2194	5.2815	-2.7752	-1.7399
141	13.02.20 13	0.7965	-0.8283	0.7986	1.9661	1.3873	0.9219	0.6089	2.2019	2.91	1.9170	-0.2672
142	21.02.20 13	-0.0706	-0.6865	-0.0495	0.7113	0.1183	-0.0346	-0.2310	0.5531	0.2048	0.8129	-0.4221

	Date	Ammonia nitrogen	Nitrate nitrogen	Nitrite nitrogen	Organic phosphorus	Phosphate	Silicon	Total nitrogen	Total phosphorus	1 main component	2 main component	3 main component
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
143	27.02.20 13	4.3574	0.1084	1.8047	0.9950	4.2427	0.9664	0.0722	3.37	6.6585	-0.1521	-1.2396
144	23.04.20 14	1.9085	3.1658	-0.12	-0.3355	1.0767	-0.9021	0.7831	0.4645	2.2 2	-1.4056	-0.4732
145	09.10.20 14	2.1084	0.1747	1.5428	1.0518	0.6801	0.2768	0.5106	1.1392	2.7903	0.2204	-0.8793
146	15.10.20 14	-0.0956	-0.1393	-0.2158	0.0681	0.5678	-0.0791	-0.4912	0.4097	0.2240	0.0393	-0.1960
147	22.10.20 14	0.0894	-0.2469	-0.0079	-0.0517	0.0258	-0.8798	-0.7965	-0.0162	-0.3786	-0.3207	-1.0060
148	30.10.20 14	-0.0081	-0.8593	2.0500	-0. 64	0.96	0.2991	0.2770	0.3254	1.1553	-0.7578	-0.00

	Date	Ammonia nitrogen	Nitrate nitrogen	Nitrite nitrogen	Organic phosphorus	Phosphate	Silicon	Total nitrogen	Total phosphorus	1 main component	2 main component	3 main component
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
149	26.11.20 14	-0.0906	-0.1751	0.1999	0.2888	-0.2651	0.0322	-0.5117	0.0260	-0.1370	0.06	-0.2483
150	07.10.20 15	-0.0731	2.8249	0.4244	-0.1652	-0.2915	-0.7019	0.5208	-0.2945	0.5499	-1.2621	0.0680
151	30.09.20 16	0.2318	0.0922	0.3288	-0.2062	0.3166	-0.6574	-0.1880	0.0682	0.2022	-0.4955	-0.6400
152	12.02.20 16	-0.0606	-0.3133	-0.5484	0.8689	0.5545	1.5002	0.2709	0.9368	0.9904	1.3503	1.06
153	27.04.20 18	0.0644	-0.9790	0.3745	-0.2459	0.0575	-0.0696	0.0005	-0.1258	-0.2207	-0.0112	-0.2204
154	12.09.20 18	0.2018	0.4905	1.8047	-0.3708	0.3866	-0.5217	0.4614	0.0007	0.9656	-1.1534	-0.4407

	Date	Ammonia nitrogen	Nitrate nitrogen	Nitrite nitrogen	Organic phosphorus	Phosphate	Silicon	Total nitrogen	Total phosphorus	1 main component	2 main component	3 main component
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
155	26.09.20 18	-0.4681	-0.1052	0.8817	-0.26	-0.6722	-0.3794	-0.3273	-0.7162	-0.8053	-0.8116	-0.2590
156	24.10.20 18	-0.4611	-0.4712	-0.3779	-0.3752	0.1269	-0.2214	-0.0630	-0.1680	-0.62	0.0100	0.0528
157	31.10.20 18	-0.2942	0.7669	1.2809	-0.6363	0.4666	-0.3593	-0.1347	-0.1258	0.4880	-1.4096	-0.1028
158	21.11.20 18	-0.4466	0.4905	0.4203	-0.4080	1.0866	1.5047	-0.11	0.4224	1.0592	-0.5338	1.4876
159	05.12.20 18	-0.2055	0.2142	0.6032	-0.3859	0.6669	0.7595	-0.0835	0.1694	0.6689	-0.5814	0.7289
160	03.10.20 18	0.8340	0.1622	-0.3197	-0.9969	-0.2128	-0.5640	-0.2351	-0.8005	-0.6272	-1.0027	-0.38

	<b>Date</b>	<b>Ammonia nitrogen</b>	<b>Nitrate nitrogen</b>	<b>Nitrite nitrogen</b>	<b>Organic phosphorus</b>	<b>Phosphate</b>	<b>Silicon</b>	<b>Total nitrogen</b>	<b>Total phosphorus</b>	<b>1 main component</b>	<b>2 main component</b>	<b>3 main component</b>
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>
<sup>161</sup>	14.03.20 18	-0.0681	-0.7583	-0.0786	-0.6508	0.0178	1.7260	-0.4769	-0.4210	-0.3232	-0.2203	1.4038
<sup>162</sup>	11.12.20 19	0.1491	1.2106	-0.3779	-0.6299	0.2069	-0.8084	0.8589	-0.2860	0.0396	-0.6361	0.0107

ДОДАТОК 3 - Коди (Python 3.13) стиснення багатовимірного простору  
ознак і побудови фазових портретів PCA методу

Created on Mon Aug 25 13:27:49 2025

@author:User

"""

```
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
from sklearn.preprocessing import StandardScaler
from sklearn.decomposition import PCA
# === 1. Шлях до Excel ===
file_path= r"C:\Users\User\Python\data.xlsx"
df = pd.read_excel(file_path)

# === 2. Тільки числові стовпці ===
data = df.select_dtypes(include=['float64', 'int64'])

# === 3. Масштаб даних ===
scaler = StandardScaler()
data_scaled = scaler.fit_transform(data)

# === 4. PCA: Зменшення розмірності до 3 головних компонент ===
pca = PCA(n_components=3)
data_pca = pca.fit_transform(data_scaled)

# === 5. 3D фазовий портрет ===
fig = plt.figure(figsize=(10,7))
ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')
ax.plot(data_pca[:,0], data_pca[:,1], data_pca[:,2], marker="o")
ax.set_title("Фазовий портрет у просторі головних компонент (3D)")
ax.set_xlabel("PC1")
ax.set_ylabel("PC2")
ax.set_zlabel("PC3")
plt.show()

# === 6. 2D фазовий портрет (PC1 vs PC2) ===
plt.figure(figsize=(10,6))
plt.plot(data_pca[:,0], data_pca[:,1], marker="o", linestyle="-")
plt.title("Фазовий портрет (PC1 vs PC2)")
plt.xlabel("PC1")
plt.ylabel("PC2")
plt.grid(True)
plt.show()
```

```
# === 7. Частки поясненої дисперсії ===  
print("Частка поясненої дисперсії за компонентами:",  
pca.explained_variance_ratio_)
```

ДОДАТОК 4 - Коди (Python 3.13) стиснення багатовимірного простору  
 ознак і побудови фазового портрета (РСА метод), апроксимації траєкторій  
 фазового портрета стохастичним диференціальним рівнянням

Created on Fri Sep 5 15:11:00 2025

@author: User  
 """

```
import numpy as np
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
from sklearn.decomposition import PCA
from scipy.spatial.distance import cdist
```

# === 1. Завантаження даних ===

```
file_path = r"C:\Users\User\Python\nutrients.xlsx" # замінити на свій шлях
data = pd.read_excel(file_path)
```

# === 1a. Заміна ком на точки і конвертація в float ===

```
for col in ["NO2", "NO3", "NH4", "PO4"]:
    if data[col].dtype == object:
        data[col] = data[col].str.replace(',', '.').astype(float)
```

# Вибрати тільки числові колонки

```
features = data[["NO2", "NO3", "NH4", "PO4"]].dropna()
```

# === 2. РСА для скорочення розмірності ===

```
pca = PCA(n_components=2)
proj = pca.fit_transform(features.values)
```

# === 3. Фазовий портрет ===

```
plt.figure(figsize=(8,6))
plt.scatter(proj[:,0], proj[:,1], c="blue", alpha=0.6, label="Стан системи")
```

# === 4. Центр тяжкості (точка з мінімальною сумою відстаней) ===

```
dist_matrix = cdist(proj, proj)
total_distances = dist_matrix.sum(axis=1)
center_idx = np.argmin(total_distances)
center = proj[center_idx]
```

```
plt.scatter(center[0], center[1], c="red", s=120, marker="X", label="Центр  
тяжіння")
```

# === 5. Пошук нестійких станів ===

```

dists = np.linalg.norm(proj - center, axis=1)
threshold = 2.5 * np.mean(dists) # поріг для нестійкості
unstable_mask = dists > threshold
unstable_points = proj[unstable_mask]

plt.scatter(unstable_points[:,0], unstable_points[:,1], c="orange", alpha=0.8,
label="Нестійкі стани")

# === 5a. Ймовірність нестійких станів ===
prob_unstable = np.sum(unstable_mask) / len(proj) * 100
print(f"Ймовірність появи нестійких станів: {prob_unstable:.2f}%")

# === 5b. Додати коло навколо центру тяжіння ===
circle = plt.Circle(center, threshold, color="red", fill=False, linestyle="--",
linewidth=2, alpha=0.7, label="Границя стійкості")
plt.gca().add_patch(circle)

plt.xlabel("PC1")
plt.ylabel("PC2")
plt.title("Фазовий портрет евтрофікації")
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.show()

# === 6. Одна траєкторія СДУ зі стрибками ===
timesteps = 500
dt = 0.01
x = np.zeros((timesteps, 2))
x[0] = center # починаємо з центру важкості

np.random.seed(42)
for t in range(1, timesteps):
    drift = -0.05 * (x[t-1] - center) # прагнення до центру
    diffusion = 0.71 * np.random.randn(2) # шум
    jump = np.zeros(2)
    if np.random.rand() < 0.065: # ймовірність рідкісного стрибка
        jump = np.random.randn(2) * 20.0
    x[t] = x[t-1] + drift*dt + diffusion*np.sqrt(dt) + jump

# Визуалізація одної траєкторії
plt.figure(figsize=(8,6))
plt.plot(x[:,0], x[:,1], c="green", alpha=0.97, label="СДЕ траєкторія")
plt.scatter(center[0], center[1], c="red", s=120, marker="X", label="Центр
тяжіння")

```

```

circle2 = plt.Circle(center, threshold, color="red", fill=False, linestyle="--",
linewidth=2, alpha=0.7, label="Границя стійкості")
plt.gca().add_patch(circle2)
plt.title("Стохастична динаміка системи (одна траєкторія)")
plt.xlabel("PC1")
plt.ylabel("PC2")
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.show()

# === 7. Декілька траєкторій та середня ===
n_traj = 5
all_traj = np.zeros((n_traj, timesteps, 2))

np.random.seed(42)
for m in range(n_traj):
    x = np.zeros((timesteps, 2))
    x[0] = center
    for t in range(1, timesteps):
        drift = -0.05 * (x[t-1] - center) # стремление к центру
        diffusion = 0.71 * np.random.randn(2) # шум
        jump = np.zeros(2)
        if np.random.rand() < 0.065: # вероятность скачка
            jump = np.random.randn(2) * 20.0
        x[t] = x[t-1] + drift*dt + diffusion*np.sqrt(dt) + jump
    all_traj[m] = x

# Середня траєкторія
mean_traj = all_traj.mean(axis=0)

# Візуалізація
plt.figure(figsize=(8,6))
for m in range(n_traj):
    plt.plot(all_traj[m,:,0], all_traj[m,:,1], alpha=0.3, lw=3)
plt.plot(mean_traj[:,0], mean_traj[:,1], 'k', lw=3, label="Середня
траєкторія")
plt.scatter(center[0], center[1], c="red", s=120, marker="X", label="Центр
тяжіння")
circle3 = plt.Circle(center, threshold, color="red", fill=False, linestyle="--",
linewidth=3, alpha=0.7)
plt.gca().add_patch(circle3)
plt.title("СДУ з стрибками: окремі траєкторії та їх середнє")
plt.xlabel("PC1")
plt.ylabel("PC2")
plt.legend()

```

```

plt.grid(True)
plt.show()

# === 8. Порівняння середньої траєкторії зі стрибками та без стрибків
===

all_traj_jump = np.zeros((n_traj, timesteps, 2))
all_traj_nojump = np.zeros((n_traj, timesteps, 2))

np.random.seed(42)
for m in range(n_traj):
    x_jump = np.zeros((timesteps, 2))
    x_nojump = np.zeros((timesteps, 2))
    x_jump[0] = center
    x_nojump[0] = center

    for t in range(1, timesteps):
        drift_jump = -0.05 * (x_jump[t-1] - center)
        drift_nojump = -0.05 * (x_nojump[t-1] - center)

        diffusion_jump = 0.91 * np.random.randn(2)
        diffusion_nojump = 0.91 * np.random.randn(2)

        jump = np.zeros(2)
        if np.random.rand() < 0.0988:
            jump = np.random.randn(2) * 20.0

        x_jump[t] = x_jump[t-1] + drift_jump*dt + diffusion_jump*np.sqrt(dt) +
jump
        x_nojump[t] = x_nojump[t-1] + drift_nojump*dt +
diffusion_nojump*np.sqrt(dt)

    all_traj_jump[m] = x_jump
    all_traj_nojump[m] = x_nojump

#Середні траєкторії
mean_jump = all_traj_jump.mean(axis=0)
mean_nojump = all_traj_nojump.mean(axis=0)
# Візуалізація порівняння
plt.figure(figsize=(8,6))
plt.plot(mean_jump[:,0], mean_jump[:,1], 'r', lw=3, label="Середня зі
стрибками")
plt.plot(mean_nojump[:,0], mean_nojump[:,1], 'b', lw=3, label="Середня без
стрибків")
plt.scatter(center[0], center[1], c="black", s=120, marker="X", label="Центр
тяжіння")

```

```
circle4 = plt.Circle(center, threshold, color="gray", fill=False, linestyle="--",  
linewidth=2, alpha=0.7)  
plt.gca().add_patch(circle4)  
plt.title("Порівняння середніх траєкторій: зі стрибками та без")  
plt.xlabel("PC1")  
plt.ylabel("PC2")  
plt.legend()  
plt.grid(True)  
plt.show()
```